

CHAPITRE 1

LA CINÉMATIQUE DU POINT

CHAPITRE 1 : LA CINÉMATIQUE DU POINT

Exercice 1

Un point mobile M décrit sur un axe (O, \vec{i}) , un mouvement uniformément varié d'accélération $\vec{a} = 4\vec{i}$. A l'instant $t=0$, le vecteur vitesse est $\vec{V}_0 = -8\vec{i}$ et le vecteur position de M est $\vec{OM}_0 = 2\vec{i}$.

- 1) Etablir les équations horaires du mouvement $x(t)$ et $v(t)$.
- 2) Déterminer la date et la position pour lesquelles la vitesse v s'annule.
- 3) Entre quelle date le mouvement est-il accéléré ? Etudier pour cela le signe du produit scalaire $\vec{a} \cdot \vec{v}$.

Exercice 2

L'équation horaire du mouvement d'un mobile sur un axe orienté est $x = 4t^2 - 2t + 1$ en unité SI

- 1) Quelle est la nature de ce mouvement ? Quelle est l'équation de sa trajectoire ?
- a) Déterminer la vitesse v_x ,
- b) A quelle date le mobile change-t-il de sens ? Préciser le sens du vecteur vitesse avant et après ce changement. Quelle est alors sa position ?
- c) Donner les caractéristiques du vecteur accélération

Exercice 3

Un automobile roule à la vitesse constante de 120km/h sur une route rectiligne où la vitesse est limité à 90km/h. Un motard de la police part à sa poursuite. Il démarre au moment précis où l'automobile passe devant lui. Le motard est animé d'un mouvement uniformément varié tel qu'il atteint la vitesse de 100km/h en 10s.

- 1) Calculer la durée de la poursuite.
- 2) Déterminer la distance parcourue lors de la poursuite
- 3) Calculer la vitesse du motard lorsqu'il rattrape l'automobile/

Exercice 4

Un mobile ponctuel M se déplace sur un axe x'Ox d'origine O. La loi horaire de son mouvement est :

$$x = 2 \cdot 10^{-2} \cos\left(40\pi t - \frac{\pi}{6}\right); \text{ (x en m).}$$

- 1) De quel mouvement s'agit-il ?
- 2) Préciser l'amplitude, la pulsation, la période, la fréquence et la phase initiale du mouvement.
- 3) Quelle est la longueur du segment décrit par M ?
- 4) Quelle est la vitesse de M à la date t ? En déduire la vitesse maximale de M et la vitesse de M à la date $t = 1s$.
- 5) Déterminer la date du premier passage du mobile M à la position $x = 10^{-2}m$.
- 6) Déterminer la phase à l'instant $t = 2s$ du mouvement de M.
- 7) Déterminer l'équation différentielle du mouvement de M. En déduire son accélération lorsqu'il passe par le point d'abscisse $x = 10^{-2}m$.

Exercice 5

La position d'un mobile M dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) est donnée à chaque instant par le vecteur \vec{OM} :

$$\vec{OM} = (t^2 - 4t)\vec{i} + (t^2 + 2)\vec{j} \text{ avec } t \geq 0$$

- 1) Donner la position du mobile à la date $t = 0s$
- 2) Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile
- 3) Etablir en fonction du temps t , l'intensité du vecteur vitesse et du vecteur accélération puis en déduire leur valeur pour $t = 10s$
- 4) Donner les intervalles de temps pendant lesquels le mouvement est retardé puis accéléré.
- 5) Déterminer l'expression de l'abscisse curviligne S du point mobile à un instant t quelconque en prenant comme origine des abscisses curvilignes la position du mobile à l'instant t_0 . En déduire la distance parcourue par le mobile au bout de 4s.

Exercice 6

- 1) Une bille B_1 est lancée verticalement vers le haut à partir de l'origine O d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , avec une vitesse initiale d'intensité $V_0 = 15 \text{ m/s}$, son vecteur accélération est \vec{a} dirigé vers le bas (on prendra $a = 10 \text{ m/s}^2$) ; le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) est vertical ascendant.
 - a) Ecrire l'équation horaire du mouvement de B_1 en prenant comme origine des dates, l'instant du lancement.
 - b) Quelle est l'altitude maximale atteinte ? Quelle est la durée de l'ascension ?
- 2) Une seconde après le départ de B_1 , on lance une bille B_2 d'un point A situé à 3m au dessus de O avec la même vitesse et la même accélération.
 - a) Ecrire l'équation horaire du mouvement de B_2 dans le même repère ;
 - b) A quel instant et quelle altitude B_1 et B_2 se rencontrent-elles ?
 - c) Quelles sont les vitesses de B_1 et B_2 juste avant la rencontre ?
 - d) Dans quel sens évolue chaque bille juste avant le choc ?

Exercice 7

Un mobile ponctuel M se déplace par rapport à un repère d'espace $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ muni d'un système d'axes (Ox, Oy, Oz) , l'axe Oz est vertical à tout instant de la date t, le mobile M a pour vecteur accélération $\vec{a} = 2\vec{k}$. A la date $t=0\text{s}$, le mobile a pour position initiale $\vec{OM}_0 = 5\vec{k}$ et pour vitesse initiale $\vec{v} = \vec{i} - 5\vec{k}$.

- 1) Déterminer les équations horaires $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ du mouvement
- 2) Montrer que le mouvement est plan
- 3) Quelle est l'équation cartésienne de sa trajectoire ? En déduire la nature du mouvement
- 4) Quelles sont les coordonnées du vecteur vitesse ?
- 5) A quelles dates le mobile rencontre-t-il le plan $z = -1$?
- 6) Calculer la vitesse du mobile à la date $t = 4\text{s}$,
- 7) a) En quel point particulier de la trajectoire la vitesse du mobile est minimale ?
c) Calculer la date en ce point
- 8) Déterminer les coordonnées où le point M coupe l'axe (Ox)
- 9) Déterminer l'intervalle de temps sur lequel le mouvement est accéléré, puis retardé.

Exercice 8

Un élève du lycée Félix EBOUE Scientifique, en retard, court le long de l'avenue Pascal à la vitesse constante $V = 6 \text{ m/s}$ pour rattraper un minibus garé sous le viaduc de CHAGOUA. Quand il est à 20 m de ce dernier, celui-ci démarre avec une accélération constante $a = +1 \text{ m.s}^{-2}$ (l'élève et le minibus ont des trajectoires rectilignes parallèles).

- 1) Définir le repère dans lequel le mouvement est étudié. Préciser sur un schéma les positions, les dates et les vitesses connues.
- 2) Ecrire dans un même repère les équations horaires de l'élève et du minibus considérés comme des points matériels.
- 3) Montrer que l'élève ne peut pas rattraper le minibus.
- 4) Quelle sera la distance minimale entre l'élève et le minibus ?

Exercice 9

On fait tourner un disque initialement au repos jusqu'à atteindre une vitesse constante de 8 rad.s^{-1} .

- 1) Quelle est la valeur de l'angle balayé par un rayon du disque au cours de ce mouvement si l'accélération vaut $2,5 \text{ rad.s}^{-2}$?
- 2) Ecrire l'équation horaire du mouvement du disque (à $t=0\text{s}$, $\Theta = 0 \text{ rad}$)
- 3) Lancé à la vitesse ci-dessus, le disque est freiné. Il s'arrête alors au bout de 2s.
 - a) Calculer la valeur de sa nouvelle accélération
 - b) Quelle est la valeur de l'angle balayé par un rayon du disque depuis le début du freinage jusqu'à l'arrêt complet.
 - c) Quel est le nombre de tours complets effectués par un rayon du disque pendant cette deuxième phase de mouvement

Exercice 10

- 1) Une automobile décrit une trajectoire rectiligne dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , son accélération est constante. A l'instant $t_0 = 0\text{s}$, l'automobile part d'un point M_0 . A l'instant $t_1 = 3\text{s}$, l'automobile passe par le point M_1 d'abscisse $X_1 = 59\text{m}$ à la vitesse algébrique $V_{1x} = 6 \text{ m/s}$. Elle arrive ensuite au point M_2 d'abscisse $X_2 = 150\text{m}$ à la vitesse algébrique $V_{2x} = 20 \text{ m/s}$;
 - a) Etablir l'équation horaire du mouvement de l'automobile. A quel instant t_2 l'automobile passe-t-elle par le point M_2 .
 - b) Calculer la longueur L du trajet effectué par l'automobile pendant la phase d'accélération dont la durée est fixée à 20s .

- 2) A la date $T=1s$, une moto se déplaçant sur la même droite à la vitesse constante $V_x=20m/s$ passe par le point M' d'abscisse $X'=-5m$. Pendant toute la durée du mouvement fixé à $20s$, la moto va d'abord dépasser l'automobile ; ensuite l'automobile va rattraper la moto. Déterminer :
- L'équation horaire du mouvement de la moto dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) ,
 - Les dates des dépassesments,
 - Les abscisses des dépassesments,
 - La vitesse de l'automobile au moment où elle rattrape la moto ;
 - La distance parcourue par la moto entre le dates $T=1s$ et la date où elle dépasse l'automobile.

Exercice 11

La position d'un mobile se déplaçant dans un plan muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) est déterminée à chaque instant par les équations horaires suivantes :

$$\overrightarrow{OM} : \begin{cases} x = r \cos(\omega t + \varphi) \\ y = r \sin(\omega t + \varphi) \end{cases}, \text{ avec } r = 8\text{cm} \text{ et } \omega = 2\text{rad/s}$$

- Déterminer φ sachant qu'à l'instant $t = 0$ le mobile se trouve au point M_0 de coordonnées $X_0=0$ et $Y_0=r$
- Déterminer l'équation de la trajectoire du mobile puis en déduire la nature du mouvement du mobile
- Montrer que la valeur de la vitesse et de l'accélération du mobile est constante
- Montrer que le vecteur accélération et le vecteur position sont colinéaires. En déduire le sens du vecteur accélération

Exercice 12

Deux voitures de course se déplacent sur une même route horizontale et roule dans le même sens d'un point A vers un point B. La première voiture roulant à la vitesse constante de 54km/h passe par le point A à l'instant où démarre la deuxième voiture. La deuxième voiture démarre en A d'un mouvement accéléré et atteint en $20s$ la vitesse de 36Km/h . Les points A et B sont distants de 10km .

- Déterminer la distance qui sépare les deux voitures au cours du temps ;
 - Quelle est la position des deux voitures 1min après le départ de la deuxième par rapport au point A ? En déduire la distance qui les sépare à cet instant.
 - A cet instant, le premier chauffeur accélère et les deux voitures arrivent simultanément en B.
 - Quelle est la durée du voyage pour les deux voitures ?
 - Avec quelle vitesse arrive chacune des deux voitures au point B. Quelle est alors l'accélération de la deuxième voiture sur sa deuxième phase de mouvement ?
 - On suppose que la première voiture passe par le point A à l'instant T avant le départ de la deuxième voiture et conserve sa vitesse sur le trajet AB.
- Déterminer T pour que les deux voitures arrivent au même instant au point B.

Exercice 13

On veut étudier le mouvement d'un point M marqué sur un disque à 25cm de l'axe de rotation du disque. On lance le disque en mouvement de rotation autour de l'axe de rotation du disque. A $t = 0\text{s}$, le point M se trouve à $\frac{\pi}{6} \text{ rad}$ par rapport à l'origine des angles avec une vitesse de $\pi \text{ rad/s}$. Le mobile passe par le point M_1 ($\theta_1 = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$) avec une vitesse de 5rad/s .

- Ecrire l'équation horaire du mouvement de rotation du point M.
- Quelle est l'abscisse curviligne de la vitesse du point mobile M à l'instant t ?
- Déterminer la position et la vitesse du point M 3s après le début du mouvement
- Déterminer dans la base de Frenet :
 - Les coordonnées du vecteur vitesse et du vecteur accélération à un instant t .
 - Les coordonnées du vecteur vitesse et du vecteur accélération à $t = 2\text{s}$ et à $t = 5\text{s}$.
- Déterminer les coordonnées cartésiennes du point mobile M à l'instant t quelconque

Exercice 14

A l'origine des temps, un mobile de vecteur vitesse $\vec{V} = 2\vec{i} - (6t + 12)\vec{j}$ relativement à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) passe par l'origine du repère.

- Déterminer l'expression des vecteurs espaces \overrightarrow{OM} et accélération \vec{a} .
- A quel instant le vecteur vitesse aura une direction faisant un angle de 45° avec le vecteur unitaire \vec{i} ?
- Par quel point passe le mobile à l'instant de date $t=2\text{s}$?
- Déterminer en ce point, les composantes normale et tangentielle de l'accélération, ainsi que le rayon de courbure de la trajectoire.

Exercice 15

Un point M d'un solide est animé d'un mouvement circulaire uniforme ; il décrit une trajectoire circulaire de rayon $R=20\text{cm}$ à raison de $N=240\text{tr/min}$ dans le sens trigonométrique.

- 1) Déterminer numériquement :
 - a) La fréquence et la période
 - b) La vitesse angulaire et la vitesse linéaire
 - c) L'accélération du point M
- 2) A l'origine des temps, le point M est en un point B tel que $\widehat{AOB} = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$. Le point A sera pris comme origine des abscisses, O étant le centre du cercle.
Ecrire les équations horaires $S(t)$ et $\theta(t)$ du mouvement de M.

Exercice 16

Un clando man, à bord de sa moto, roule sur une route rectiligne à la vitesse constante $V_0 = 90\text{km/h}$. Soudain il voit un enfant surgir devant lui à 85m. « Le temps de réaction », c'est-à-dire la durée entre l'instant où il voit l'enfant et l'instant où il appuie sur les freins peut atteindre $\Delta t=1\text{s}$. On rendra pour origine des espaces le point O d'où il voit l'enfant pour la première fois et pour origine des dates l'instant où il voit l'enfant pour la première fois.

- 1) La décélération pendant le freinage a pour valeur $= 5\text{m/s}^2$.
 - a) Déterminer la distance parcourue pendant le temps de réaction.
 - b) Déterminer la distance parcourue entre le début de freinage et l'arrêt.
 - c) En déduire la distance parcourue par la motocycliste entre l'instant où il voit l'enfant et celui où il s'arrête. Peut-il éviter le choc ? Justifier votre réponse.
- 2) Déterminer la durée de freinage.
- 3) Ecrire les équations horaires $x(t)$ et $V(t)$ du mouvement du motocycliste entre l'instant où il voit l'enfant et celui où il s'arrête.
- 4) Calculer la vitesse de la moto au moment du choc.
- 5) Quelle doit être l'accélération minimale de la moto pour éviter le choc ?

Exercice 17

L'équation paramétrique d'un mobile en mouvement rectiligne est : $x = \frac{1}{2}t^2 + 2t + 1 \text{ (m)}$.

- 2) Quelle est l'équation de sa trajectoire ?
- 3) Déterminer :
 - a) La position initiale du mobile ;
 - b) La vitesse initiale du mobile ;
 - c) Le module de l'accélération du mobile à un instant quelconque. Conclure.
- 4) Calculer la vitesse moyenne V_m du mobile entre les instants $t_1=0\text{s}$ et $t_2=2\text{s}$.
- 5) Calculer les vitesses v_1 et v_2 du mobile aux instants respectifs t_1 et t_2 ;
- 6) Comparer v_1 et v_2 à V_m . Conclure.
- 7) Déterminer les intervalles de temps pendant lesquels le mouvement est accéléré ou retardé.

Exercice 18

Une fraise de diamètre 200 mm est montée sur une broche d'une fraiseuse. On met le moteur de la fraiseuse en marche :

- Phase 1 : L'outil met 8 secondes pour prendre sa vitesse angulaire de régime, égale à 30 rad/s .
- Phase 2 : L'outil tourne ensuite (période de travail) d'un mouvement uniforme pendant 45 secondes.
- Phase 3 : On arrête le moteur de la fraiseuse, l'outil met 25 secondes pour s'arrêter.

On admet que la période de démarrage et celle de ralentissement sont à accélération constante.

On demande, pour un point de la périphérie de la fraise, de déterminer pour chaque phase :

- a) l'accélération angulaire.
- b) L'accélération tangentielle c)

L'angle de rotation balayé.

Exercice19

Un mobile supposé ponctuel M effectue un trajet ABCD constitué de trois portions et représenté par la figure ci-après.

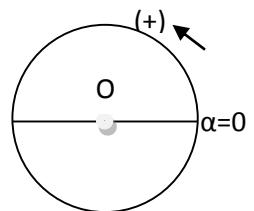
AB et BC sont rectilignes. AC = 350m. CD est un tronçon circulaire de rayon OC = 5m ; l'angle (COD) vaut 60° . M part du point A avec une vitesse $V_A=10\text{m/s}$. Le mouvement sur le tronçon AB est uniforme.

- 1) Ecrire l'équation du mouvement de M pour cette première phase (à $t = 0\text{s}$, le mobile se trouve au point A considéré comme origine des espaces).
- 2) Déterminer la distance AB sachant que le parcours s'est effectué en 5s.
- 3) La deuxième phase du mouvement (BC) est uniformément accélérée.
 - a) Déterminer la valeur de l'accélération sachant que le mobile arrive en C avec une vitesse $V_c= 25\text{m.s}^{-1}$. En déduire la durée de ce parcours.
 - b) Etablir l'équation du mouvement de M pour cette phase en prenant pour origine des dates, l'instant où le mobile se trouve en B.
- 4) Le mobile parcourt l'arc de cercle \widehat{CD} d'un mouvement uniformément accéléré. Sachant que la vitesse du mobile en D vaut $5,5\text{rad.s}^{-1}$. Déterminer :
 - a) L'accélération angulaire de M pour cette dernière phase.
 - b) L'équation horaire $\theta = f(t)$ en considérant qu'à l'instant initial le mobile se trouve au point C.
 - c) La durée du trajet \widehat{CD} .
 - d) La distance totale parcourue par le mobile M de A à D.



Exercice20

- 1) Un mobile M1 est animé d'un mouvement circulaire uniforme d'accélération $a=40\pi^2\text{m/s}^2$ et possède comme abscisse angulaire $\alpha=1,5\pi$ rad à la date $t=0,25\text{s}$. Sachant que le rayon de la trajectoire est $R=0,4\text{m}$.
 - a) Calculer la période T et la fréquence N du mouvement de M ;
 - b) Déterminer la loi horaire $\alpha_1(t)$ de ce mouvement.
- 2) A la date $t_2= 1\text{s}$, un autre mobile M2 aborde la trajectoire circulaire en O avec une vitesse angulaire $\alpha_1 = 16\pi \text{ rad/s}$.
 - a) Ecrire la loi horaire du mouvement de M2
 - b) M2 peut-il rattraper M1 ? Si oui, dire quand et où ?



CHAPITRE 2 :

APPLICATIONS AUX LOIS DE LA

DYNAMIQUE

CHAPITRE 2 : APPLICATIONS AUX LOIS DE LA DYNAMIQUE

Exercice 1

Une automobile de masse $m_1 = 1t$ tracte une caravane dont la masse vaut $m_2 = 2t$. Les forces de résistance à l'avancement équivalent pour chacun des véhicules à des forces \vec{f}_1 et \vec{f}_2 parallèles à la route, dirigées en sens inverse du mouvement et d'intensité constante $f_1 = 100N$ et $f_2 = 2000N$. On prendra $g = 9,8 m/s^2$.

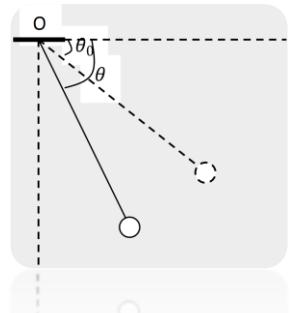
- 1) La route est rectiligne et horizontale.
- a) Le convoi roule à la vitesse constante $V = 72 \text{ km/h}$. Déterminer la force propulsive créée par le moteur. L'intensité de cette force dépend-elle de la vitesse ?
- b) Le convoi démarre d'un mouvement uniformément accéléré et sa vitesse passe de 0 à 72 km/h après un parcours de 2 km . Déterminer la nouvelle valeur de la force de propulsion développée par le moteur. Quelle est sa puissance à l'instant t ?
- 2) Déterminer dans les deux cas précédents la force de traction exercée par l'automobile sur la caravane.
- 3) La caravane aborde une pente de 3%.
 - a) Quelle devrait être la force de traction pour que le convoi monte, à la vitesse constante de 72 km/h cette pente.
 - b) Même question si l'on désire obtenir le même mouvement de démarrage qu'à la question N°1.b.

Exercice 2

Une petite bille de masse m , assimilable à un point matériel, est suspendue à l'une des extrémités d'un fil inextensible et sans masse, l'autre extrémité étant liée en un point O à un support fixe. Le fil de longueur ℓ , restant tendu, la bille est écartée de sa position d'équilibre stable ; le fil fait alors un angle θ_0 avec l'horizontale passant par le point O . La bille est ensuite abandonnée sans vitesse initiale.

Données : $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\ell = 1 \text{ m}$, $m = 50 \text{ g}$ et $\theta_0 = 30^\circ$.

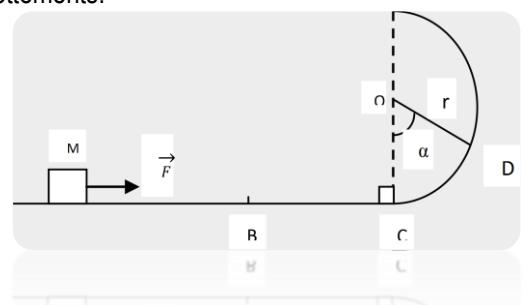
- 1) a) Les forces de frottement dissipatives étant supposées négligeables. Déterminer la vitesse de la bille en fonction de l'angle θ du fil tendu avec l'horizontale.
b) Pour quelle valeur de θ la vitesse est-elle maximale ? Que vaut-elle ?
- 2) Exprimer l'accélération normale en fonction de θ . Calculer sa valeur pour $\frac{\pi}{2}$.
- 3) Donner l'expression de la tension du fil en fonction de θ . Calculer la valeur maximale de la tension.
- 4) Exprimer l'accélération tangentielle en fonction de θ . Vérifier qu'elle s'annule lorsque la vitesse est maximale.



EXERCICE 3

La piste de lancement d'un projectile M comprend une partie rectiligne horizontale ABC et une portion circulaire CD, centrée en O, de rayon $r = 1 \text{ m}$, d'angle au centre $\alpha = 60^\circ$ et telle que OC est perpendiculaire à AC.

- A) Le projectile M assimilable à un point matériel de masse $m = 0,5 \text{ Kg}$ est lâché sans vitesse initiale suivant AB = 1m avec une force constante F ne s'exerçant qu'entre A et B. On néglige les frottements.
- 1) Quelle intensité minimale faut-il donner à F pour que le projectile quitte la piste en D ?
- 2) Avec quelle vitesse V_D le projectile quitte-t-il la piste en D quand $F = 150 \text{ N}$?
- B) Le projectile étant initialement en D est lancé avec une vitesse V_D tangente en D à la portion circulaire CD de la piste.
- 1) On suppose les frottements négligeables dans la portion CD, établir l'expression de :
 - a) La vitesse V_C du projectile à son passage par C en fonction de V_D , g , r et α .
 - b) L'action R_C exercée par la piste sur le projectile en fonction de V_C , m , r et g .
- 2) Entre C et A, existent des frottements entre la piste et le projectile, ils sont assimilables à une force unique f de valeur constante et colinéaire au vecteur vitesse mais de sens contraire. Déterminer l'expression de la force f sachant que AC = 2m et que le projectile s'immobilise en A. On prend $g = 10 \text{ m/s}^2$.



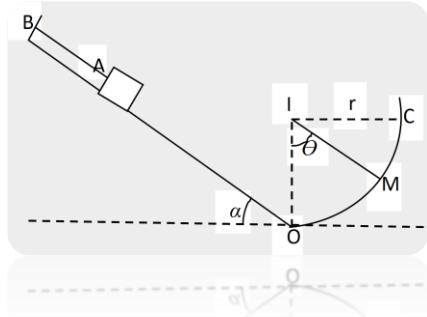
Exercice 4

- Une automobile, assimilable à un solide de masse $m=1200\text{kg}$, gravite une route rectiligne de pente 10% à la vitesse constante $v=90\text{km/h}$. En dehors du poids, aucune force ne s'oppose à l'avancement du véhicule. Calculer la valeur de la force motrice F_m .
- A une date que l'on choisit comme origine ($t=0$), le moteur est coupé et la voiture poursuit son ascension en route libre.
 - A quelle date t_1 la voiture s'immobilise-t-elle ?
 - Quelle distance X_1 a-t-elle parcouru depuis l'arrêt du moteur.
Donner deux méthodes pour résoudre cette question.
- Reprendre la question b) en supposant désormais que le véhicule est soumis à une force de freinage \vec{f} constante d'intensité $f=300\text{N}$.

Exercice 5

Un corps de masse $m=50\text{g}$ est tiré le long d'un plan incliné OA d'un angle α par rapport à l'horizontale à l'aide d'un fil. Le corps se déplace à la vitesse uniforme $V=4\text{m/s}$. La trajectoire OC est un arc de cercle. On néglige les frottements sur la trajectoire de B à C.

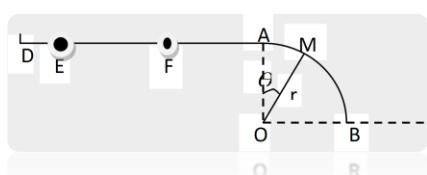
- Déterminer l'intensité de la force de traction \vec{F} et celle des forces de réactions \vec{R} .
 - Calculer la puissance du poids \vec{P} de O à A. Quelle est sa nature ? Justifier.
 - Le fil se casse au point A mais le corps continue jusqu'au point B avant de redescendre.
 - Calculer la distance AB.
 - Calculer la vitesse V_0 avec laquelle le corps repasse en O.
 - Exprimer la vitesse V_M du corps au point M en fonction de g , r , Θ et V_0 .
 - En déduire sa vitesse V_C au point C.
 - Exprimer l'accélération du corps au point M en fonction de g , r , Θ et V_0 .
 - Déterminer la norme de la réaction \vec{R} au point M en fonction de m , g , r , Θ et V_0 .
- On donne $\alpha=30^\circ$, $g=10\text{N/kg}$, $OB=2\text{m}$ et $r=25\text{cm}$.



Exercice 6

Un sportif dans son véhicule démarre sans vitesse, en D, un mouvement sur une route rectiligne et horizontale. La masse totale (sportif et véhicule) est de 90kg.

- La phase de démarrage, considérée comme une translation rectiligne, a lieu sur un parcours DE d'une longueur de 50m. Au point E, la vitesse atteint la valeur de 5m/s. Pendant cette phase, la vitesse est proportionnelle au temps compté à partir de l'instant de démarrage.
 - Quelle est la nature du mouvement sur le parcours DE ? Justifier la réponse. Vérifier que l'accélération du mouvement sur ce parcours a pour valeur $0,25\text{m/s}^2$.
 - Etablir l'équation horaire du mouvement sur ce parcours
 - Calculer la durée de la phase de démarrage.
 - En admettant que le mouvement est dû à la résultante d'une force motrice constante parallèle au mouvement et d'une force de frottement constante, de norme égale au quart de la force motrice, de sens contraire au mouvement, calculer la valeur de la force de frottement.
- A partir du point E, le véhicule parcourt la distance EF = 1100m à la vitesse constante de 5m/s. A partir du point F, le sportif supprime la force motrice : le véhicule roule alors en roue libre et les frottements ont une valeur constante et égale à 7,5N sur le parcours FA. Le véhicule parcourt la distance FA et arrive au point A avec une vitesse nulle.
 - déterminer la distance FA.
 - Calculer la durée totale du parcours du point D au point A.
- Le véhicule aborde en A, sans vitesse initiale, une piste AB, parfaitement polie, de forme circulaire et de plan vertical. Sa position M est repérée par l'angle $\Theta=(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM})$.
 - Exprimer en fonction de Θ , r et g la vitesse du véhicule en M et exprimer l'intensité de la réaction du plan en ce point en fonction de m , g et Θ .
 - Déterminer la valeur Θ_1 de l'angle Θ quand le véhicule quitte la piste.
 - Montrer que le véhicule quitte la piste quand son accélération est égale à l'accélération de la pesanteur.



Exercice 7

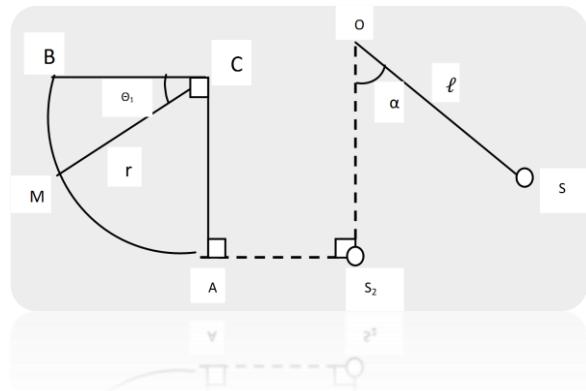
Un solide S de petite dimension de masse m , assimilable à un point matériel, est placé au sommet A d'une sphère de rayon R et de centre O. On déplace légèrement le point matériel S pour qu'il quitte la position A avec une vitesse quasiment nulle et glisse sans frottement le long de la sphère en décrivant un arc de cercle dans le plan vertical passant par A. La position de S est repérée par l'angle $\Theta = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OS})$.

- 1) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, trouver une relation entre V , g , R et Θ .
- 2) Appliquer la 2^e loi de Newton au solide ponctuel S.
- 3) Déterminer la position du solide au moment où il quitte la sphère ? Quelle est alors sa vitesse ?

Exercice 8

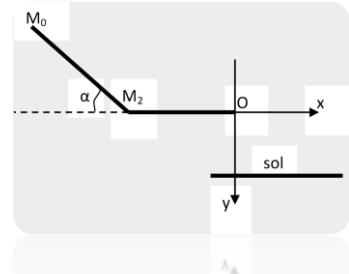
Un pendule simple est formé d'un solide S_1 supposé ponctuel de masse $m_1=0,1\text{Kg}$ fixé à l'extrémité d'un fil inextensible et sans masse de longueur $\ell = 0,4\text{m}$ et dont l'autre extrémité est fixée à un support fixe O. On écarte le solide S_1 de sa position d'équilibre stable d'un angle $\alpha=60^\circ$ et on lache sans vitesse initiale. Au passage par la verticale, le solide S_1 heurte un solide S_2 au repos de masse $m_2=0,15\text{kg}$. Le choc est supposé élastique.

1. Montrer que la valeur V_0 de la vitesse de S_1 juste avant le choc est égale à 2m/s .
2. Soient V_1 et V_2 les vitesses de S_1 et S_2 juste après le choc. Déterminer leur valeur ;
3. Les frottements sont supposés négligeables. Lancé avec la vitesse V_2 , le solide S_2 aborde en A une piste circulaire de rayon $r = 0,25\text{m}$ et rebrousse chemin en un point M défini par l'angle $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CM}) = \theta_1$.
 - a) Calculer θ_1
 - b) S'il y a frottements sur la piste, l'angle θ_1 diminue ou augmente ? Expliquer. On prendra $g = 10\text{m/s}^2$.



Exercice 9

1. Une bille ponctuelle de masse $m = 100\text{g}$ est abandonnée sans vitesse initiale sur une gouttière inclinée d'un angle α et descend. Les frottements y sont négligeables. Dans le repère (Ox) descendant selon la trajectoire, elle occupe la position $M_1(x_1=0,5\text{m})$ à la date $t_1=0$ et sa vitesse est alors $V_1=2\text{m/s}$. Elle est soumise à l'accélération $\vec{a} = 4\vec{i}$.
 - a) A quelle date t_0 et à quel point $M_0(x_0)$, a-t-elle été abandonnée sans vitesse ?
 - b) A quelle date t_2 , atteint-elle le point $M_2(x_2=2\text{m})$, en bas de la gouttière ? Quelle est alors sa vitesse V_2 ?
 - c) Déterminer l'angle d'inclinaison α du plan incliné.
2. Avec la vitesse V_2 , la bille aborde en bas de la gouttière, une piste horizontale de longueur $0,5\text{m}$ et quitte la piste en O. Le point O est situé à 2m au dessus du sol et les frottements avec la piste sont équivalents à une force d'intensité $f=1\text{N}$ et opposé à la vitesse de la bille.
 - a) Déterminer la vitesse de la bille lorsqu'il quitte la piste en O.
 - b) Ecrire dans le repère (O,I,J) , les équations horaires du mouvement de la bille.
 - c) Donner l'expression littérale de l'équation de la trajectoire de la bille.
 - d) Déterminer la position du point d'impact de la bille avec le sol.
 - e) Quelle est la durée de la chute ?



Exercice 10

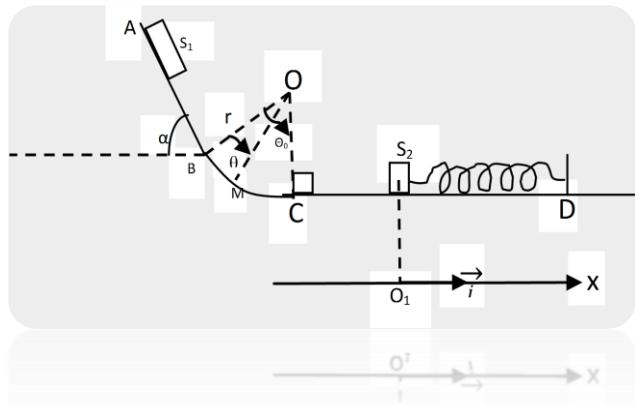
Une piste AB est constituée par un plan de longueur $\ell = 0,4\text{m}$ incliné d'un angle $\alpha = 60^\circ$ sur l'horizontale se raccordant tangentielle à une surface cylindrique BC de centre O et de rayon $r=OB=0,5\text{m}$ et d'angle au centre $B\hat{O}C=\theta_0=60^\circ$; le tronçon BC est raccordé tangentielle en C à une partie rectiligne horizontale CD.

Un solide ponctuel S_1 de masse $m_1=0,1\text{kg}$ est abandonné sans vitesse initiale au point A. Les frottements sont négligeables. On donne $g=10\text{m/s}^2$.

1. Déterminer la valeur V_B de la vitesse de S_1 en B.
2. Donner l'expression de V_M de S_1 lors de son passage par la position M de BC définie par l'angle $B\hat{O}M=\theta$. En déduire V_C .

3. Le solide S_1 aborde en C le tronçon CD horizontal et vient heurter un solide S_2 ponctuel de masse $m_2=0,1\text{kg}$ soudé à l'extrémité O_1 d'un ressort d'axe horizontal à spires non jointives et de raideur K , l'autre extrémité du ressort est attachée à un obstacle fixe. Après le choc supposé mou et très bref, les solides S_1 et S_2 restent collés l'un à l'autre.

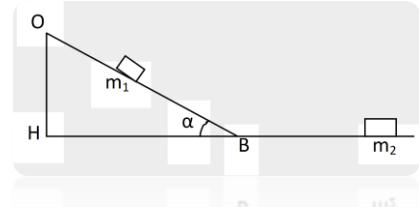
- Donner l'expression de la vitesse V_G du centre d'inertie G du système $S = S_1 + S_2$ juste après le choc.
- Suite à ce choc, le ressort subit une compression maximale X_m . Déterminer X_m en fonction de la raideur K du ressort. Calculer sa valeur pour $K=15\text{N/m}$.



Exercice 11

Un solide de masse $m_1 = 55\text{kg}$ est lancé d'un point O avec une vitesse initiale $V_0=2\text{m/s}$. Les forces de frottement exercées sur le solide sont équivalentes à une force \vec{f} , parallèle à la trajectoire d'intensité $f=44\text{N}$. On prendra $g=10\text{m.s}^{-2}$.

- Représenter les forces les force qui agissent sur le solide sur le tronçon OB.
- Calculer la longueur OB sachant que le solide arrive en B avec une vitesse $V_1=10\text{m/s}$.
- a) déterminer l'accélération a puis en déduire l'équation horaire du mouvement
a) calculer la durée t_1 de la descente.
- Au bas de la pente, le solide aborde une piste horizontale verglacée sans frottement. Il s'accroche à un autre solide de masse $m_2 = 60\text{kg}$.
a) Quelle est la vitesse de l'ensemble des deux solides après le choc ?
b) Déterminer l'énergie cinétique avant et après le choc. Conclure.

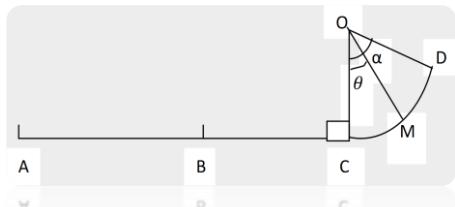


Exercice 12

La piste de lancement d'un projectile S comprend une portion circulaire DC et une partie rectiligne horizontale CBA, centrée en O, de rayon $r = 1\text{m}$, d'angle au centre $\alpha = 60^\circ$ et telle que OC est perpendiculaire à AC.

Le projectile étant initialement en D est lancé avec une vitesse V_D tangente en D à la portion circulaire CD de la piste.

- On suppose les frottements négligeables dans la portion CD, établir l'expression de :
 - La vitesse V_M du projectile à son passage par M en fonction de V_D , φ , r , α et Θ .
 - L'action R_M exercée par la piste sur le projectile en fonction de V_M puis V_D .
- Entre C et A, existent des frottements entre la piste et le projectile, ils sont assimilables à une force unique f de valeur constante et colinéaire au vecteur vitesse mais de sens contraire.
 - Calculer V_C
 - Déterminer l'expression de la force f puis la calculer, sachant que $AC = 2\text{m}$ et que le projectile s'immobilise en A. On prend $\varphi = 10 \text{ m/s}^2$.



Exercice 13

On lâche une bille B_1 de masse $m_1=150\text{g}$ du sommet A d'un plan incliné de longueur $L=3\text{m}$, faisant un angle $\alpha=20^\circ$ avec l'horizontale. On donne $g=10\text{m.s}^{-2}$

- Les frottements sont supposés négligeables sur le plan incliné.
 - Déterminer l'expression de l'accélération de la bille puis calculer sa valeur. En déduire la nature du mouvement de la bille B_1 .
 - Écrire les équations horaires régissant la vitesse et la position de la bille B_1 . A la date $t=0\text{s}$, la bille B_1 se trouve en A.
 - En déduire la date et la vitesse d'arrivée en B de la bille B_1 .
- Le solide aborde le plan horizontal avec une vitesse $V_B=4,5\text{m/s}$. La force de frottement est opposée au vecteur vitesse. La bille B_1 parcourt une distance $BC = 1,5 \text{ m}$ et arrive en C avec une vitesse $V_c=2\text{m.s}^{-1}$.
 - Déterminer l'intensité des frottements f sur la piste BC.
 - En déduire l'accélération de la bille.
 - Écrire la loi horaire de la vitesse et de la position de la bille. On prendra pour l'instant $t=0\text{s}$, le passage de la bille B_1 en B.

3. Arrivée en C, la bille B_1 heurte avec une vitesse $V_1=2$ m/s une seconde bille B_2 de masse $m_2=\frac{3}{2}m_1$ se trouvant initialement au repos. Après le choc les deux billes s'accrochent et l'ensemble se déplace avec une vitesse V . Déterminer la vitesse de l'ensemble $B_1 + B_2$ juste après le choc.

EXERCICE 14

Un traineau peut glisser en suivant la plus grande pente d'un plan incliné d'un angle α . La réaction \vec{R} , somme des forces de contact du sol sur le solide, comporte une composante normale \vec{R}_n normale au plan et une composante \vec{R}_t parallèle au plan incliné et de sens opposé au vecteur vitesse du solide. On montre expérimentalement que lorsqu'il y a mouvement : $\frac{R_t}{R_n} = f$; où f est le coefficient de frottement qui dépend de l'état des surfaces en contact. S'il n'y a pas mouvement : $\frac{R_t}{R_n} < f$

- 1) Exprimer l'accélération du solide en fonction de α , f et g (accélération de pesanteur).
- 2) Calculer la valeur de α_m minimal pour que le glissement ait lieu ?
Données : $g=9,8\text{m/s}^2$, $f=0,15$.
- 3) Calculer l'accélération pour $\alpha = 2\alpha_m$.
- 4) Calculer l'angle $\beta = \widehat{R_t R}$ et la norme \vec{R} sachant que la masse $m = 500\text{g}$.

Exercice 15

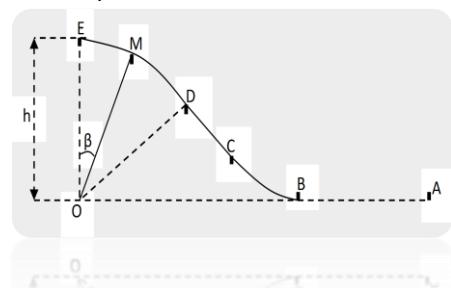
On constitue un pendule en enfilant un ressort de longueur à vide $\ell_0 = 15\text{ cm}$ et de constante de raideur $K = 10\text{N/m}$ à une tige (t). l'une des extrémités du ressort est soudée à (t) et l'autre porte un solide ponctuel (S) de masse $m = 50\text{g}$. La tige (t) est par ailleurs soudée à un axe vertical monté sur l'arbre d'un moteur. (t) fait avec l'axe une angle θ compris entre 0 et 90° . L'ensemble peut tourner d'un mouvement circulaire uniforme à la vitesse angulaire ω .

- 1) $\theta = 90^\circ$ et $\omega = 2\pi\text{rad/s}$.
 - a) Appliquer le théorème du centre d'inertie à (S) et déduire l'allongement x du ressort.
 - b) calculer la fréquence maximale permise sachant que la limite d'élasticité du ressort est égale 25cm.
- 2) $\theta = 30^\circ$
 - a) Le système est à l'équilibre, calculer la longueur ℓ_1 du ressort.
 - b) L'ensemble tourne à la vitesse angulaire $\omega_2 = 4\text{rad}$.
 - Calculer la longueur ℓ_2 du ressort et la réaction R_2 de la glissière sur le solide (s) lorsque celui-ci atteint sa position d'équilibre.
 - Montrer que (s) décolle de la glissière lorsque ω est supérieure à une valeur ω_0 que l'on calculera.

Exercice 16

Une piste de lancement d'une boule de masse $m=10\text{kg}$ et assimilable à un point matériel, est constituée de quatre parties : une portion horizontale AB, un arc BC et une portion rectiligne CD et une portion circulaire DE de rayon $r=2\text{m}$, de centre O situé sur l'horizontale AB. E est alors sur la verticale passant par EO à une hauteur $h=r$ au dessus de O.

- 1) On lance la boule en exerçant entre A et B une force constante F de même sens que AB. Entre A et E la boule se déplace le long du guide. Elle est soumise à des forces de frottements équivalents à une force constante f opposée au vecteur vitesse.
 - a) Enoncer le théorème de l'énergie cinétique.
 - b) Déterminer l'expression de la vitesse de la boule au passage en B pour qu'il arrive en E avec une vitesse nulle. La distance parcourue entre B et E est L .
 - c) La boule étant au repos en A, déterminer l'expression de l'intensité de la force F qu'il est nécessaire d'exercer entre A et B pour que la boule arrive en E avec une vitesse nulle sachant que $AB = r/2$.
 - d) Déterminer numériquement V_B et f . On donne $L=2h$, $g=10\text{N/kg}$, $f=20\text{N}$.
- 2) Repartant de E avec une vitesse nulle, le solide revient vers son point de départ.
 - a) Donner l'expression de la vitesse V en un point M de l'arc ED, en fonction de l'angle β .
 - b) Donner l'expression de la réaction R de la boule en M en fonction de β
 - c) Calculer la vitesse du solide à son passage en B.

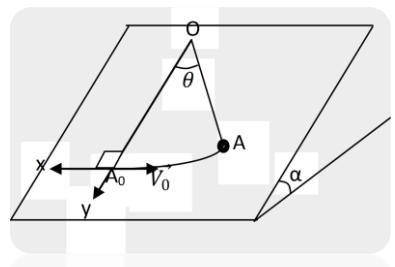


Exercice 17

Dans cet exercice les forces de frottement sont supposées négligeables et on prendra $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

Une table est incliné d'un angle $\alpha = 20^\circ$ par rapport au plan horizontal. Un solide S de masse $m = 100\text{g}$ supposé ponctuel est maintenu à une distance constante $\ell = 1\text{m}$ d'un point fixe O de la table par un fil inextensible et de masse négligeable.

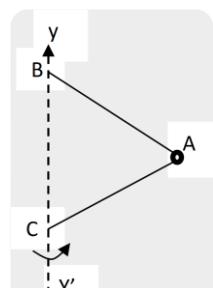
- 1) Calculer la tension du fil dans la position d'équilibre A_0 du solide S.
- 2) A partir de sa position d'équilibre le solide S est lancé avec une vitesse \vec{v}_0 ($v_0 = 1,65\text{m/s}$) perpendiculaire à OA_0 et dans le plan de la table. Calculer la valeur de l'angle θ que fait le fil avec la direction OA_0 lorsque la vitesse du solide est S est nulle.
- 3) Le fil casse lorsque le solide S repasse par sa position d'équilibre A_0 avec une vitesse horizontale de norme V_0 . Déterminer dans le repère (A_0x, A_0y) , l'équation du mouvement ultérieur du solide S avant qu'il ne quitte la table.



Exercice 18

Un corps ponctuel A de masse m est fixé à deux fils de masse négligeable reliés aux points B et C de l'axe y'. L'ensemble tourne à la vitesse angulaire ω . On désigne par L la longueur commune aux deux fils AB et AC : $AB = AC = L = 0,8\text{m}$. On donne $m = 0,5 \text{ kg}$, $BC = d = 1\text{m}$, $g = 9,8\text{m/s}^2$.

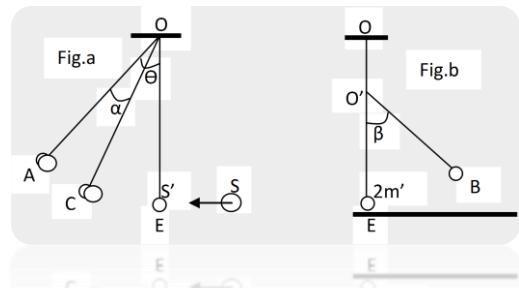
- 1) Déterminer les tensions des fils lorsqu'ils sont tous les deux tendus.
- 2) Montrer que le fil AC n'est tendu qu'à partir d'une certaine vitesse angulaire ω_0 dont on déterminera la valeur.
- 3) Calculer les tensions des fils pour $\omega_1 = \omega_0/2$ et $\omega_2 = 2\omega_0$.



Exercice 19

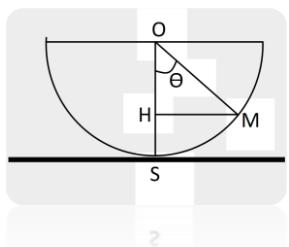
Un solide S de masse $m = 200\text{g}$, de dimension négligeable, est en équilibre, suspendu à un fil de longueur $L = 1\text{m}$ et de masse négligeable. Il est heurté par un solide S', de masse $m' = 50\text{g}$, lancé à la vitesse $V = 10\text{m/s}$. Juste avant le choc, le vecteur vitesse V est horizontal. Le choc s'effectue avec accrochage.

- 1) Calculer la vitesse V' du pendule constitué par l'ensemble des deux solides S et S' juste après le choc.
- 2) Calculer l'énergie mécanique E du système S+S' juste avant le choc et l'énergie mécanique juste après le choc. Les comparer puis conclure.
- 3) Déterminer la valeur de l'angle Θ d'élevation du pendule par rapport à la verticale
- 4) L'ensemble S+S' repasse par un point C défini par l'angle α mesuré à partir de OA :
 - Calculus en fonction de α la vitesse du solide en C
 - Déterminer l'expression de la tension T en ce point.
- 5) Quelle devrait être la vitesse minimale du solide S' pour que le pendule constitué par les solides S et S' puisse effectuer un tour complet ? le fil reste tendu.
- 6) On suppose qu'au retour par la position d'équilibre, l'ensemble S+S' rencontre une bille de masse M ($m = 2\text{m}'$) qui constitue avec un fil sans masse, un pendule simple au repos accroché à un point O' situé à 20 cm sous le point O. Le choc est élastique.
 - Déterminer la norme V' de la vitesse de la bille et V'_G de la vitesse de l'ensemble S+S' juste après le choc.
 - De quel angle, ce second pendule doit-il remonter ?
 - Le second pendule lancé avec la vitesse $V' = 4\text{m/s}$ tourne autour de l'axe horizontale passant par O'. Lorsque la bille arrive au point B repéré par l'angle $\beta = 30^\circ$, le fil se casse. Déterminer dans le repère (Ox, Oy) les équations horaires du mouvement et l'équation cartésienne de la trajectoire de la bille.



Exercice 20 : Une demi sphère creuse de centre O et de rayon $R = 0,80\text{m}$ est fixé par son sommet S sur un plan horizontal. Un petit solide de masse m peut glisser sans frottement sur la face interne de la demi sphère. Soit M sa position et θ l'angle des rayons OS et OM. On donne $g = 10\text{m/s}^2$.

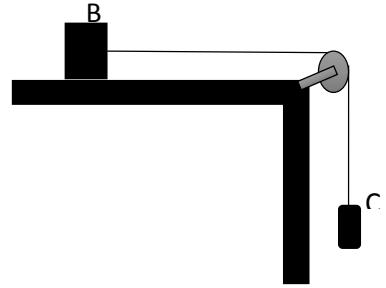
On communique à ce solide, à partir d'une position initiale M_0 une vitesse V tangent et horizontale à la demi sphère, tel qu'il décrive, d'un mouvement uniforme, un cercle horizontal passant par M_0 .



- 1) Etablir l'expression de la vitesse V en fonction θ .
- 2) Calculer les vitesses linéaire V_1 et angulaire ω_1 pour $HM = \frac{R}{2}$.

Exercice 21

Une brique B de masse $M=5\text{kg}$, posée sur une table horizontale, est entraînée par l'intermédiaire d'un fil inextensible de masse négligeable par une charge C de masse $m=2\text{kg}$ abandonnée sans vitesse. On suppose tous les frottements négligeables et on admet que les tensions des brins de fil, de part et d'autre de la poulie ont même valeur T .



- 1) Faire le bilan de toutes les forces qui s'exercent sur :
 - a) La brique B
 - b) La charge C.
- 2) En appliquant le théorème du centre d'inertie à B puis à C, trouver deux relations à partir desquelles on déduira la valeur de l'accélération a de la brique en fonction de M , m et g . Calculer numériquement a.
- 3) Exprimer la tension T du fil en fonction de g , M et m puis la calculer.
- 4) A la date $t=0\text{s}$, la charge C est située à 1m au-dessus du sol et sa vitesse V_0 est nulle. Au bout de combien de temps, la charge C touche-t-elle le sol ? Quelle est alors sa vitesse ?

EXERCICE 22

Une petite bille considérée comme un point matériel de masse m est accrochée à l'extrémité d'un fil inextensible, de masse négligeable et de longueur L . L'autre extrémité du fil est fixée en un point O. On néglige tous les frottements et on donne $L=40\text{cm}$, $g=9,8\text{m/s}^2$, $\alpha=60^\circ$.

- 1) Dans une première expérience, la bille est écartée de sa position d'équilibre verticale d'un angle $\alpha=60^\circ$ et lâchée sans vitesse.
 - a) En utilisant la relation $\vec{F} = m\vec{a}$ et le théorème de l'énergie cinétique, calculer les valeurs numériques des accélérations normale et tangentielle de la bille en B_1 et B_2 .
 - b) Représenter ces vecteurs en B_1 et B_2 .
- 2) Dans une deuxième expérience, le fil est écarté de sa position verticale d'un angle $\alpha=60^\circ$ et la bille est lancée vers le haut avec un vecteur vitesse \vec{v}_1 perpendiculaire à OB_1 . OB_1 et \vec{v}_1 étant dans un même plan vertical (fig.2). Le système fait alors dans ce plan un tour complet en passant par la position B_3 pour laquelle le fil est vertical. B_3 étant au-dessus de O.
 - a) Donner l'expression de la tension du fil dans la position B_3 en fonction de m , g et v_1 puis en fonction de m, g , L et V_1 .
 - b) Quelle doit être la valeur minimale de V_1 pour que la position B_3 puisse être atteinte ? Le fil restant tendu.
 - c) Représenter pour les positions B_1 et B_3 les vecteurs accélérations normales et tangentielles de la bille
On donne $V_1=5\text{m/s}$.

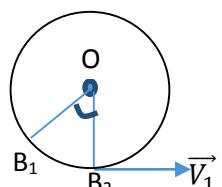


Fig.1

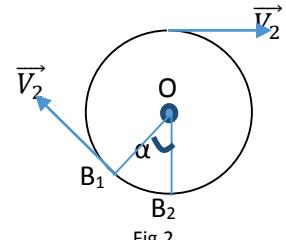


Fig.2

Exercice 23

- 1) On veut construire une autoroute dont la piste présente un virage de rayon moyen 20m . Quelle倾inclusion faut-il donner à la piste pour de vitesse de 75 km/h ? Prendre $g = 10\text{m/s}^2$.
- 2) Un véhicule de masse totale $m = 1\text{t}$ roulant à la vitesse V aborde un virage de rayon $R = 12\text{m}$.
- c) Faire l'inventaire des forces appliquées au véhicule.
- d) Montrer que si la piste est horizontale et qu'il n'y a pas de frottement, le véhicule ne peut prendre le virage.
- e) A quelle vitesse maximale, le véhicule peut-il prendre le virage sans déraper si les frottements sont représentés par une force tangente au sol de valeur $f_0 = 300\text{N}$. Que se passe-t-il si la valeur de la vitesse du véhicule est supérieure à cette vitesse ? Quelles précautions les passagers à bord de ce véhicule doivent-ils prendre ?

CHAPITRE 3 :
APPLICATION AU
THEOREME DU CENTRE D'INERTIE
DANS UN CHAMP UNIFORME

**A- MOUVEMENT
D'UN PROJECTILE DANS UN
CHAMP DE PESANTEUR
UNIFORME**

A- MOUVEMENT D'UN PROJECTILE DANS UN CHAMP DE PESANTEUR UNIFORME

EXERCICE 1

Une masse marquée de 10g tombe du point A une seconde avant qu'une autre masse marquée de 10g tombe du point B, placée au dessus de A sur la même verticale. La distance AB = 44,1m.

- 1) Quels seront les temps au bout desquels les deux masses atteindront le sol en même temps ?
- 2) Quelles seront les distances des points A et B au sol ?
- 3) Quelles seront les vitesses des deux masses lorsqu'elles atteindront le sol ?
On négligera la résistance de l'air et on prendra $g = 9,8\text{m.s}^{-2}$.

EXERCICE 2

Deux billes A et B assimilables à des point matériels sont disposées sur une même verticale à 0,4m l'une de l'autre, A au-dessus de B.

A l'instant $t=0\text{s}$, on lâche A sans vitesse initiale. Quand A a parcouru 0,2m, on lâche B sans vitesse initiale.

- a) Ecrire les équations des mouvements de A et B en prenant pour origine des espaces le point de départ de A et pour origine des temps le moment de ce départ.
- b) A quel instant le choc entre A et B aura-t-il lieu ?
On donne $g = 10\text{m.s}^{-2}$;

EXERCICE 3

Une balle de tennis est lancée du point O d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ lié à la terre à l'instant $t = 0$ avec une vitesse V_0 faisant un angle $\alpha = 15^\circ$ avec l'axe (O, \vec{i}) et dont le module $V_0 = 20 \text{ m.s}^{-2}$. Calculer :

- a) La portée
- b) La flèche
- c) Le temps mis pour atteindre ces positions ainsi que les vitesses de la balle dans ces positions.
- d) La vitesse en des positions d'altitude $z = 1\text{m}$ au-dessus du plan horizontal contenant (O, \vec{i}) .
On prendra $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

EXERCICE 4

Du toit d'un immeuble de hauteur $h = 30\text{m}$, on lance un projectile avec la vitesse $V_0 = 20\text{m/s}$; le vecteur vitesse \vec{V}_0 faisant un angle $\alpha = 60^\circ$ avec l'horizontale. Le projectile tombe jusqu'au sol dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ où l'axe (Oy) est vertical descendant et (Ox) horizontal. On néglige la résistance de l'air et on prendra $g = 10\text{m/s}^2$.

1. Déterminer l'équation de la trajectoire ;
2. Déterminer la distance horizontale entre le point de lancement et le point d'impact sur le sol horizontal ;
3. Le temps que dure le mouvement de chute ;
4. La vitesse du projectile lorsqu'il touche le sol.

EXERCICE 5

Cet exercice étudie des tirs d'artillerie.

Un obus de masse $m = 1,6\text{kg}$ est lancé dans le plan vertical du repère (O, \vec{i}, \vec{k}) à partir du point O avec un vecteur vitesse \vec{v}_0 faisant avec l'axe (O, \vec{i}) un angle de mesure α positive. La valeur v_0 est fixée dans tout le problème à 200m/s . On admettra que les conditions réunies autorisent à négliger la résistance de l'air et on prendra $g = 9,8\text{m/s}^2$.

- 1) Démontrer les relations donnant les coordonnées x et z du centre d'inertie G du projectile, en fonction du temps t écoulé depuis le lancement, et de g, v_0, α .
- 2) Donner l'équation littérale de la trajectoire de G dans le repère (O, \vec{i}, \vec{k}) .
- 3) On donne à α la valeur $\alpha_1 = 55^\circ$.
 - a) Déterminer la position P atteinte par le projectile lorsqu'il arrive sur l'axe horizontale (O, \vec{i}) ;
 - b) Montrer qu'il existe une deuxième valeur de α , notée α_2 , telle que le projectile arrive également en P.
 - c) Pour quelle valeur de α la portée est-elle maximale ?
- 4) a) Calculer la hauteur maximale atteinte, aussi appelée flèche du tir.
b) Pour quelle valeur de α la flèche du tir est-elle maximale ? Que pensez-vous de cette condition de tir ?
c) Calculer la durée du tir.
d) Calculer la vitesse du projectile arrivant en P.

EXERCICE 6

A l'aide d'un projectile lancé avec une vitesse V_0 , on peut atteindre une cible située dans le plan horizontal du point de lancement, à une distance d de ce dernier.

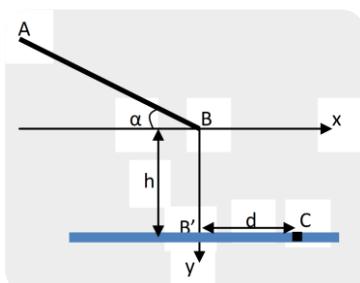
- Montrer qu'il y a deux angles de tir possibles ;
- Application numérique : le projectile est un obus lancé à la vitesse de 250m.s^{-1} . La cible à atteindre est située à 5km du canon.
 - Quels sont les deux angles de tir possibles ?
 - Quelles sont les flèches correspondantes. Laquelle correspond au tir tendu et laquelle au tir en cloche ?

On prendra $g = 10\text{N/kg}$.

EXERCICE 7

Un solide part sans vitesse initiale et glisse sans frottements le long d'une piste rectiligne AB de longueur L faisant un angle $\alpha = 30^\circ$ avec l'horizontale.

- Représenter les forces appliquées au solide lors de ce mouvement. Quelle est la nature de ce dernier ? Exprimer son accélération.
- Préciser la direction et le sens du vecteur vitesse \vec{V}_B du solide au point B.
- Exprimer V_B en fonction de g , α et L .
- Le solide quitte la piste en B avec la vitesse V_B et tombe en chute libre sur le sol horizontal.
 - Etablir l'équation de la trajectoire du centre d'inertie du solide dans le repère (Bx, By) indiqué sur la figure.
 - On donne $BB' = h = 1,2\text{m}$; calculer la longueur L que le mobile a parcouru sur le plan incliné sachant qu'il touche le point C tel que $B'C = d = 1\text{m}$.

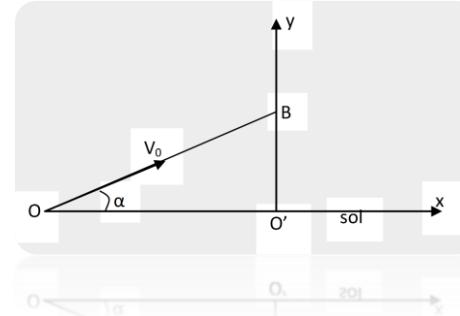


EXERCICE 8

Un petit palet assimilable à un point matériel de masse $m = 0,5\text{kg}$, est lancé à la vitesse initiale $V_0 = 10\text{m/s}^2$ à partir d'un point O le long de la ligne de plus grande pente de longueur

$L=OB = 15\text{m}$ d'un plan incliné. Ce plan fait avec l'horizontale Ox un angle $\alpha=30^\circ$ comme l'indique la figure.

- Les frottements étant d'abord négligés, à quelle distance du point O le palet s'arrête-t-il dans son mouvement ascendant ?
- En réalité, les frottements développent une force constante F de 10N . Calculer la vitesse initiale de lancement V_0 au point O nécessaire pour que le palet parvienne en B à la vitesse $V_1=10\text{m/s}$.
- Déterminer les équations paramétriques $x(t)$ et $y(t)$ de la trajectoire ultérieure dans le repère $O'xy$. On prendra l'origine des temps à l'instant où le palet passe en B à la vitesse V_1 . Calculer l'abscisse du point d'impact sur le sol.
- Avec quelle vitesse V_0 peut-on lancer le palet pour que l'impact au sol ait lieu à une distance $d=6,5\text{m}$ du point O' ? On prendra $g=10\text{m/s}^2$.

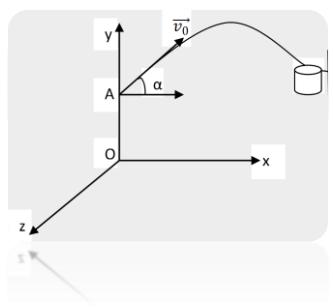


EXERCICE 9

On négligera l'action de l'air et on prendra $g = 10\text{m/s}^2$.

Lors d'un match de basket, pour marquer un panier, il faut que le ballon passe dans un cercle métallique situé dans un plan horizontal, à $3,05\text{m}$ du sol horizontal. Pour simplifier, on remplacera le ballon par un point matériel devant passer exactement au centre C du cercle métallique. xOy est un plan verticale contenant le point C, xOz est le plan du sol supposé horizontal.

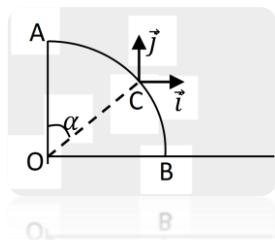
- D'un point A de Oy situé à 2m du sol, un basketteur, sans adversaire, lance le ballon avec une vitesse \vec{v}_0 contenu dans le plan xOy. Sa direction fait un angle $\alpha = 45^\circ$ avec le plan horizontal.
 - Montrer que la trajectoire du ballon est plane ;
 - Etablir l'équation de cette trajectoire dans le système d'axes indiqués, en fonction de V_0 .
 - Quelle doit être la valeur de V_0 pour que le panier soit réussi, sachant que les verticales de A et C sont distantes de $7,10\text{m}$?
 - Quelle est la durée du trajet effectuée par le ballon du point A au point C ?
- Voulant arrêter le ballon, un adversaire situé à $0,90\text{m}$ du tireur, saute verticalement en levant les bras. La hauteur atteinte alors par ses mains est de $2,70\text{m}$ au-dessus du sol. a et v_0 , ayant les mêmes valeurs que précédemment, le panier sera-t-il marqué ?



EXERCICE 10

Une boule abandonnée en A glisse sans frottement sur une piste circulaire AB contenue dans un plan vertical qui représente un quart de circonférence de rayon $r = 15\text{m}$ et de centre O.

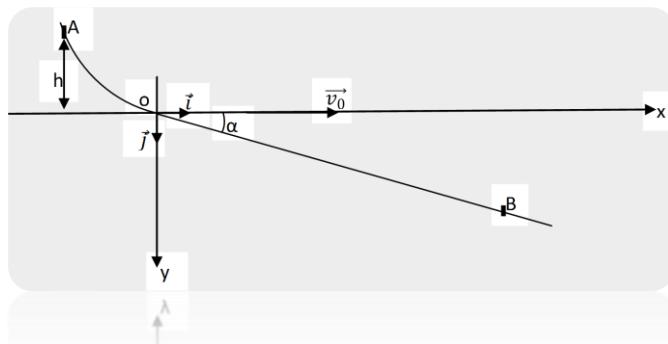
- 1) Montrer que la boule perd contact avec la piste en un point C. On déterminera la position α puis la vitesse de la boule en ce point.
- 2) On suppose que $\alpha = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}) = 48^\circ$ et $v_c = 10\text{m/s}$.
 - a) Déterminer la trajectoire de la boule, assimilé à un point matériel, après son passage en C dans le repère (C, \vec{i}, \vec{j}) .
 - b) En quel point D touche-t-il le sol horizontal passant par B? On prendra $g = 10\text{m/s}^2$.



EXERCICE 11

On imagine un tremplin de l'école d'initiation au saut à skis contenant une piste de réception plane et incliné sur l'horizontale d'un angle $\alpha = 30^\circ$. Les performances étant modestes, on négligera les frottements. On cherchera à étudier le mouvement du centre d'inertie G du skieur. Il part sans vitesse initiale au point A. Il quitte sa trajectoire curviligne au point O avec la vitesse horizontale \vec{v}_0 de valeur $12,5\text{m/s}$. La trajectoire est contenue dans un plan vertical.

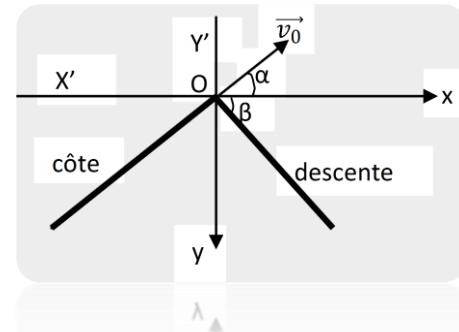
- 1) Calculer l'altitude h de A par rapport à O, après avoir énoncer correctement le théorème utilisé.
- 2) Dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , établir l'équation littérale de la trajectoire aérienne de G.
- 3) En fonction de \vec{v}_0 et g , établir les expressions littérales des coordonnées X_B et Y_B du point B où le skieur reprend contact avec la piste de réception. Calculer numériquement ses coordonnées et en déduire la longueur $L = OB$ du saut ainsi que la durée t.



EXERCICE 12

Un skieur parcourt une côte incliné d'un angle $\alpha = 40^\circ$ sur l'horizontale. Au sommet O de cette côte, sa vitesse a pour valeur $V_0 = 12\text{m/s}$. Après le point O, se présente une descente inclinée d'un angle $\beta = 45^\circ$ sur l'horizontale. Le skieur accomplit un saut et reprend contact avec la piste en un point C. Déterminer :

- 1) La nature de la trajectoire correspondant au saut du skieur
- 2) Les coordonnées du point C dans le repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , indiqué sur la figure ;
- 3) La longueur OC ;
- 4) La durée du saut ;



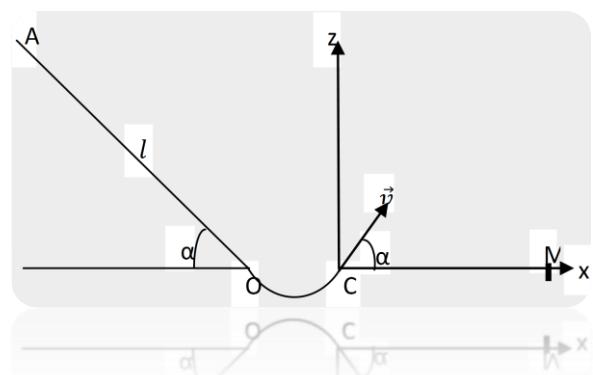
On prendra $g = 10\text{m/kg}$ et on négligera la résistance de l'air. La masse du skieur n'est pas donnée car elle s'élimine dans les calculs. On étudiera le mouvement du centre d'inertie du skieur.

EXERCICE 13

Du point A d'un plan incliné de l'angle α sur le plan horizontal HOCM, on abandonne sans vitesse initiale un corps assimilable à un point matériel B de masse m. Il glisse selon la ligne de plus grande pente AO du plan et arrive en O avec une vitesse \vec{v}_0 .

Le plan incliné se raccorde tangentiellement en O avec une piste circulaire de rayon R. Au-delà du point C, le mobile quitte la piste et retombe en M sur le plan horizontal. Le vecteur vitesse du mobile en C (\vec{v}_0), fait, avec le plan horizontal le même angle α que AO.

1. Etablir l'équation horaire du mouvement du mobile sur le plan incliné : $AB = f(t)$. Exprimer sa vitesse v_0 en fonction de α , g et de la distance AO = l. Pourquoi la mesure de la vitesse du mobile en C est-elle la même qu'en O.
2. Etablir en fonction de α , v_0 et g l'équation de la trajectoire du mobile entre C et M dans le repère $\vec{C}x, \vec{C}z$ (voir figure). Donner l'expression de la portée CM en fonction de v_0 , g et α , puis de α et l. Pour $\alpha = \frac{\pi}{4}\text{rad}$ et $l = 1,6\text{m}$, calculer v_0 et la portée CM.



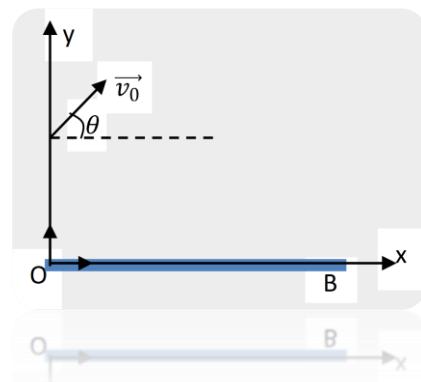
EXERCICE 14

Au cours d'une séance d'éducation physique et sportive (EPS), plus précisément de lancer de « poids », un élève est choisi comme le premier changeur. Il soulève le « poids » de masse $m = 5\text{kg}$ de centre G et le lance dans l'espace de réception. Lorsque l'objet quitte de sa main.

- Le centre d'inertie G se trouve au point A tel que $OA = h = 1,70\text{m}$.
- Le vecteur vitesse \vec{V}_0 fait un angle θ avec le plan horizontal.

Lorsque le « poids » arrive au sol, G coïncide avec le point B. On prendra $t = 0$ l'instant où le « poids » quitte le point A. On négligera l'action de l'air et on prendra $g = 9,8\text{m.s}^{-2}$.

- 1) Etablir les équations horaires du mouvement de G dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) puis l'équation cartésienne de la trajectoire.
 - 2) Donner la nature de la trajectoire et la tracer qualitativement.
 - 3) L'élève réalise trois essais et on retient la meilleure performance.
- a) **Premier essai : $\theta = 30^\circ$, $OB = x_1 = 8,74\text{m}$.** Déterminer :
- l'expression de la vitesse V_0 en fonction de g , θ , x_1 et h .
 - l'expression de la hauteur maximale h_{\max} atteinte par le « poids » par rapport au sol.
 - Calculer la valeur numérique de V_0 et de h_{\max} .
- b) **Deuxième essai : $\theta = 45^\circ$, V_0 a la même valeur qu'au premier lancer et $OB = x_2$.**
- Déterminer x_2 .
 - Comparer x_1 et x_2 .
- c) **Troisième essai : $\theta = 60^\circ$, $V_0 = 8,60\text{m/s}$ et $OB = x_3$**
- Déterminer x_3
 - Quel est le meilleur essai ?
 - Pour une vitesse initiale donnée, comment doit-on lancer le poids pour obtenir la meilleure performance ?

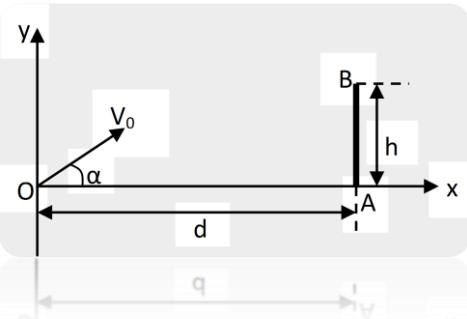


EXERCICE 15

On se propose d'étudier un coup franc direct en football en faisant les hypothèses simplificatrices suivantes :

- La balle est un solide ponctuel,
- L'influence de l'air est négligeable ;
- Le champ de pesanteur est uniforme et a une intensité $g = 10\text{N/kg}$.

Le ballon est posé en O sur le sol horizontal, face au but AB de hauteur $h = 2,44\text{m}$ et à une distance $d = 25\text{m}$ de celui-ci. Le joueur tirant le coup franc communique au ballon une vitesse initiale V_0 dans le plan (O, \vec{i}, \vec{j}) , incliné par rapport à l'horizontale d'un angle $\alpha = 30^\circ$.



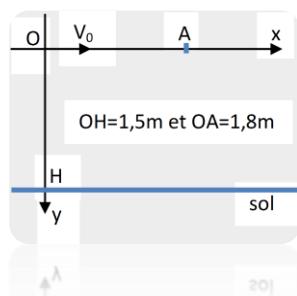
- 1) Montrer que la trajectoire du ballon est dans le plan (O, \vec{i}, \vec{j})
- 2) Déterminer l'équation de cette trajectoire dans le repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) en fonction de g , α et V_0 .
- 3) Quelle doit être la vitesse initiale du ballon pour qu'il pénètre dans le but au ras de la barre transversale.

EXERCICE 16

On étudie la chute de 2 billes ponctuelles B_1 et B_2 . La résistance de l'air est négligeable. On prendra $g = 10\text{m.s}^{-2}$. On utilisera le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) lié à la terre. L'origine des date correspond à l'instant où les billes quittent le plan horizontal contenant O et A.

La bille B_1 de masse $m_1 = 10\text{g}$ est lancée horizontalement en O avec une vitesse V_1 . Au même instant la bille B_2 de masse $m_2 = 20\text{g}$ est lâchée sans vitesse en A.

- 1) Faire une étude dynamique du mouvement de chaque bille et en déduire l'expression de leur vecteur accélération dans le repère choisi.
- 2) Etablir les équations des trajectoires de chaque bille. On prendra $V_1 = 2\text{m.s}^{-1}$ pour l'application numérique.
- 3) Calculer les ordonnées de chaque bille à l'instant $t = 0,3\text{s}$. Généraliser le résultat obtenu.
- 4) Calculer la durée de chute de chaque bille jusqu'au sol.
- 5) Calculer la plus petite valeur qu'il faudrait donner à V_1 pour que les deux billes se rencontrent au cours de leur chute.



EXERCICE 17

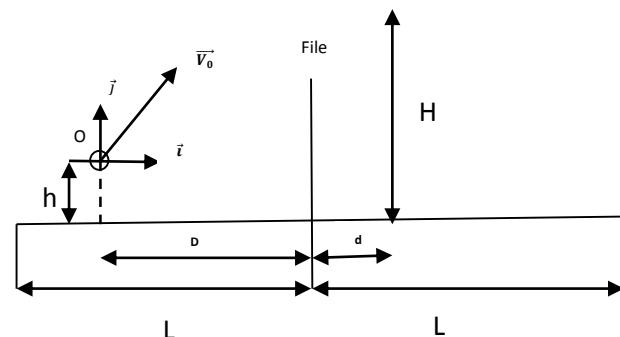
Au cours d'un match de football, le gardien de but a effectué un dégagement. Dans ce problème, on fait l'hypothèse simplificatrice suivante : On étudie le mouvement du centre d'inertie du ballon ; On prend $g=10\text{m/s}^2$.

Pour dégager le ballon, il le pose sur le sol horizontal, le centre d'inertie est en O, et il lui communique une vitesse \vec{v}_0 d'intensité $v_0 = 20\text{m/s}$, incliné d'un angle $\alpha=45^\circ$ par rapport à l'horizontale.

- 1) Montrer que la trajectoire du centre d'inertie est plane ;
- 2) Déterminer l'équation de cette trajectoire dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) que l'on précisera.
- 3) A quelle distance du point O le ballon rebondit-il sur le sol ?
- 4) Quelle devrait être la taille d'un joueur, placé en B à la distance $OB= 38\text{m}$ du point de dégagement, pour qu'il intercepte le ballon sur la tête sans sauter ?

EXERCICE 18

Dans tout l'exercice, la balle sera considérée comme un point matériel. Un joueur de tennis situé dans la partie I du court tente de lancer son adversaire. Celui-ci est situé à une distance $d = 2\text{m}$ derrière le filet dans la partie II du court, piste en face du joueur. Le joueur frappe la balle alors que celle-ci est en O, à la distance $D = 9\text{m}$ du filet et à la hauteur $h=0,5\text{m}$ au dessus du sol. La balle part avec une vitesse $V_0=12\text{m/s}$ inclinée d'un angle $\alpha = 60^\circ$ par rapport au sol dans le plan perpendiculaire au filet. On prendra $g = 9.8\text{m/s}^2$.

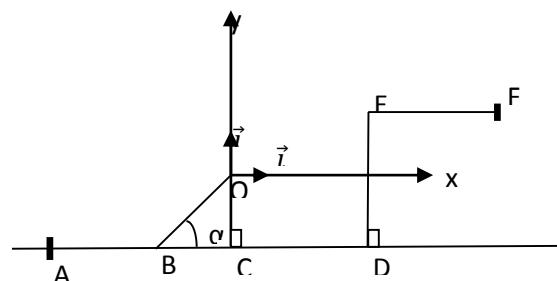


1. Etablir dans le repère (O, i, j) l'équation littérale de la trajectoire de la balle après le choc avec la raquette.
2. En utilisant les valeurs numériques, écrire $y(x)$.
3. L'adversaire tient sa raquette à bout de bras et en sautant, atteint la hauteur $H = 2,50\text{m}$ par rapport au sol. Peut-il intercepter la balle ? Quelle distance sépare alors la balle et l'extrémité supérieure de la raquette ?
4. A quelle hauteur la balle passe-t-elle au dessus du filet ? Et à quel instant ?
5. La ligne du fond étant à une distance $L = 12,0\text{m}$ du filet. La balle peut-elle retomber dans la surface de jeu ? Autrement dit, le lob est-il réussi ? Et à quel instant ?

EXERCICE 19

Un cascadeur veut sauter avec sa voiture sur la terrasse horizontale EF d'un immeuble.

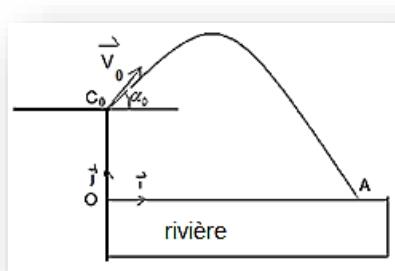
Il utilise un tremplin BOC formant un angle α avec le sol horizontal ABCD et placé à la distance CD de la maison (CD et DE sont des parois verticales). On prendra $g = 10\text{m/s}^2$. La masse de l'automobile et du pilote est égale à une tonne. On étudiera le mouvement de l'ensemble assimilable à son centre d'inertie G. Pour simplifier le problème, on considérera les frottements inexistant dans la phase aérienne et on admettra qu'à la date initiale, le centre d'inertie G quitte le point O avec la vitesse v_0 et qu'il est confondu avec le point E à l'arrivée.



1. Etablir dans le repère (O, i, j) l'équation de la trajectoire du centre d'inertie G entre O et E.
2. a) Calculer la vitesse initiale v_0 en m/s et en km/h et l'angle α pour que le système arrive en E avec un vecteur-vitesse \vec{v}_E horizontal.
Données : $CD = 15\text{m}$; $DE = 10\text{m}$ et $OC = 8\text{m}$.
b) Calculer la vitesse v_E à l'arrivée de l'automobile en E.
4. En considérant qu'une fois l'automobile sur la terrasse, les frottements à une force \vec{f} constante parallèle au déplacement et d'intensité 500N , calculer l'intensité de la force \vec{F} qui permettra au véhicule de s'arrêter après un trajet $EF = L = 100\text{m}$.

EXERCICE 20

Un enfant s'amuse à plonger dans l'eau d'une rivière à partir d'un rocher. Il veut attraper un ballon flottant sur l'eau au point A. A la date $t = 0$, l'enfant s'élance du rocher avec une vitesse \vec{v}_0 , de valeur v_0 , incliné d'un angle $\alpha_0 = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$ par rapport à l'horizontal. La vitesse v_0 peut varier. On étudie le mouvement du centre d'inertie C du plongeur dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On associe à ce référentiel, le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) voir schéma. A la date $t = 0$; le centre d'inertie de l'enfant est en C_0 tel que $OC_0 = 2 \text{ m}$. Prendre $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$



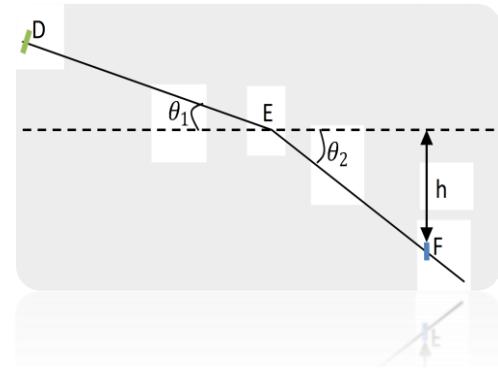
- Etablir les équations horaires du mouvement du centre d'inertie ; les frottements contre l'air sont négligés. En déduire l'équation littérale de la trajectoire $y = f(x)$.
- Utiliser les valeurs numériques de l'énoncé pour vérifier que l'équation peut s'écrire ; $y = A \frac{x^2}{v_0^2} + Bx + C$ où A, B et C sont des constantes à déterminer.
- L'enfant souhaite tomber exactement sur le ballon flottant au point A tel que $OA = 2 \text{ m}$. Quelle est la valeur de la norme du vecteur \vec{v}_0 permettant cela.
- On pose la vitesse maximale de plongée $v_1 = 7 \text{ m.s}^{-1}$. Calculer la distance d où doit se trouver le ballon pour que l'enfant puisse l'attraper.

EXERCICE 21

Un skieur aborde un virage horizontal de rayon $r = 50\text{m}$ avec une vitesse égale à $57,6\text{km/h}$. On néglige les frottements.

- De quel angle Θ doit-on relever la piste par rapport à l'horizontale pour qu'il n'y ait aucun dérapage possible.
- Aussitôt après le virage, le skieur aborde la portion rectiligne DE, inclinée d'un angle $\Theta_1 = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale. Il quitte le sol en E avec une vitesse égale 36km/h et retombe en F.

 - Déterminer l'équation de la trajectoire du skieur entre E et F rapportée à un système d'axes que l'on précisera. On néglige la résistance de l'air.
 - Calculer la différence d'altitude h entre E et F et le module de la vitesse avec laquelle le skieur arrive en F point d'intersection avec le sol. $\Theta_2 = 45^\circ$ et $g = 10\text{m/s}^2$.

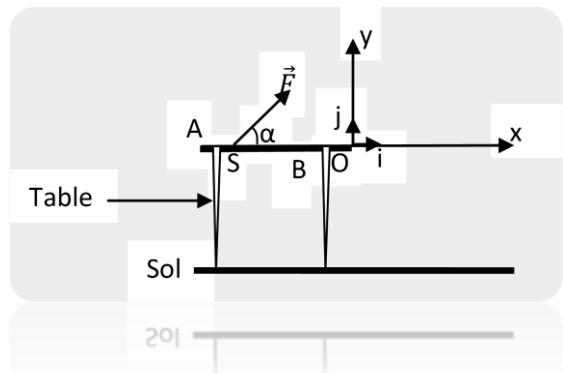


EXERCICE 22

Sur une table de surface lisse et horizontale, un solide S de masse m , initialement au repos au point A, est tiré par une force constante \vec{F} , inclinée d'un angle α par rapport au plan de la table. Les forces de frottement étant supposées négligeables, la vitesse atteinte par S au point B après un parcours rectiligne AB est égale à $V_B = 1,2\text{m/s}$. On donne : $\cos\alpha=0,9$; $m=1\text{kg}$; $AB=0,5\text{m}$ et $g=10\text{m/s}^2$.

- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à S, calculer la valeur de F .
- Calculer l'accélération de S sur le trajet AB.
- Au point B, l'action de la force \vec{F} cesse, le solide poursuit son mouvement rectiligne jusqu'au bord de la table au point O. Montrer que la vitesse de S reste constante sur le trajet BO.
- Le solide quitte la table au point O, origine du repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . L'instant de passage de S en O est considéré comme origine des dates.

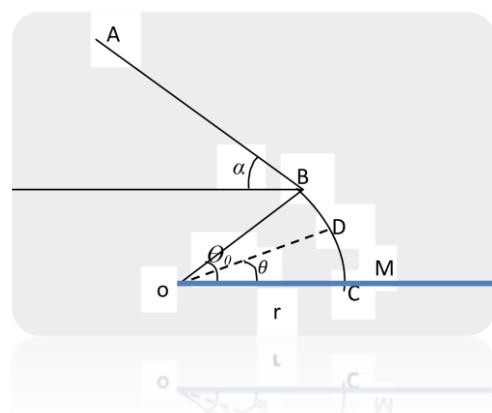
 - Déterminer les expressions des équations horaires selon les axes (Ox) et (Oy) .
 - Montrer que l'équation cartésienne de la trajectoire de S dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) est de la forme : $y = -\frac{g}{2V_B^2} x^2$.
 - Parti du point O, S atteint le sol au point d'impact C, après une durée de chute égale à $0,4\text{s}$.
 - Calculer les coordonnées du point C.
 - Avec cette vitesse en O, S peut résister au choc si la hauteur de chute est inférieure à 1m . Dans quel état se trouve S après le choc ? Justifier s'il est intact ou brisé.



EXERCICE 23

Une glissière est formée de deux parties : AB est le plan incliné de $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale, de longueur $AB=L=1\text{m}$. BC est une portion de cercle, de centre O, de rayon $r = 2,4\text{m}$ et d'angle $\theta_0 = (\widehat{OB}, \widehat{OC}) = 60^\circ$. On prendra $g = 10\text{m/s}^2$ et on considérera les frottements négligeables.

- Un solide ponctuel de masse $m=100\text{g}$ quitte A sans vitesse initiale. Exprimer et calculer la vitesse du solide en B.

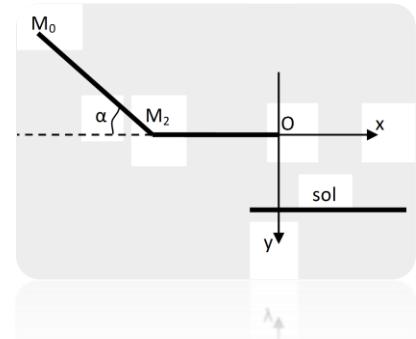


- 2) Le solide aborde la partie circulaire de la glissière avec la vitesse V_B , exprimer pour un point D du cercle tel que $(\widehat{OC}, \widehat{OD}) = \theta$, la vitesse V_D en fonction de V_B , r , g et θ .
- 3) Quelle est point au D la réaction R de la glissière sur l'objet ? Exprimer R en fonction de V_B , r , g , m et θ .
- 4) Montrer que le solide quitte la piste circulaire en D et calculer son abscisse angulaire $\theta = (\widehat{OC}, \widehat{OD})$. Quelle est alors sa vitesse en D ?
- 5) Déterminer la trajectoire du skieur, assimilé à un point matériel, après son passage en D dans le repère (D, \vec{i}, \vec{j}) d'axe $D\vec{i}$ est horizontal et $D\vec{j}$ vertical descendant.
- 6) En quel point M touche-t-il le sol horizontal passant par O et C ?

EXERCICE 24

Une bille ponctuelle de masse $m = 100\text{g}$ est abandonnée sans vitesse initiale sur une gouttière inclinée d'un angle α et descend. Les frottements y sont négligeables.

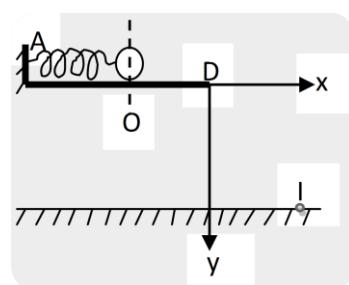
1. Dans le repère (Ox) descendant selon la trajectoire, elle occupe la position $M_1(x_1=0,5\text{m})$ à la date $t_1=0$ et sa vitesse est alors $V_1=2\text{m/s}$. Elle est soumise à l'accélération $\vec{a} = 4\vec{i}$.
 - 1.1. A quelle date t_0 et à quel point $M_0(x_0)$, a-t-elle été abandonnée sans vitesse ?
 - 1.2. A quelle date t_2 , atteint-elle le point $M_2(x_2=2\text{m})$, en bas de la gouttière ?
 - 1.3. Quelle est alors sa vitesse V_2 ?
 - 1.4. Déterminer l'angle d'inclinaison α du plan incliné.
2. Avec la vitesse V_2 , la bille aborde en bas de la gouttière, une piste horizontale de longueur $0,5\text{m}$ et quitte la piste en O. Le point O est situé à 2m au dessus du sol et les frottements avec la piste sont équivalents à une force d'intensité $f=1\text{N}$ et opposé à la vitesse de la bille.
 - 2.1. Déterminer la vitesse de la bille lorsqu'il quitte la piste en O ;
 - 2.2. Ecrire dans le repère (O, I, J) , les équations horaires du mouvement de la bille
 - 2.3. Donner l'expression littérale de l'équation de la trajectoire de la bille.
 - 2.4. Déterminer la position du point d'impact de la bille avec le sol.
 - 2.5. Quelle est la durée de la chute ?



EXERCICE 25

Un ressort à spires non jointives de raideur $K=25\text{N/m}$ et de masse négligeable repose sur une table comme l'indique la figure ci-contre. L'extrémité A du ressort est fixée, l'autre extrémité O est libre. L'expérience consiste à lancer une bille B de masse $m=5\text{g}$ à l'aide du ressort à partir de la table et à déterminer le point d'impact I sur le sol. Ainsi, on met la bille B en contact avec l'extrémité libre O du ressort, on comprime le ressort de 2cm et on abandonne l'ensemble (ressort+bille B) sans vitesse initiale. La bille B quitte le ressort au point O et arrive au point D. On négligera tous les frottements.

- 1) Etablir de deux manières l'expression de la vitesse V_D de la bille au point D. Ainsi, on appliquera la conservation de l'énergie mécanique et le théorème de l'énergie cinétique. Calculer la valeur de cette vitesse.
- 2) La bille quitte le point D avec la vitesse \vec{V}_D horizontale de valeur $V_D=1,4\text{m/s}$.
 - a) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire de la bille et donner sa nature.
 - b) Déterminer le temps t_1 mis par la bille pour atteindre le sol au point I.
 - c) Déterminer les coordonnées du point d'impact I de la bille sur le sol.
On donne : $DE=1\text{m}$ et $g=10\text{m/s}^2$.

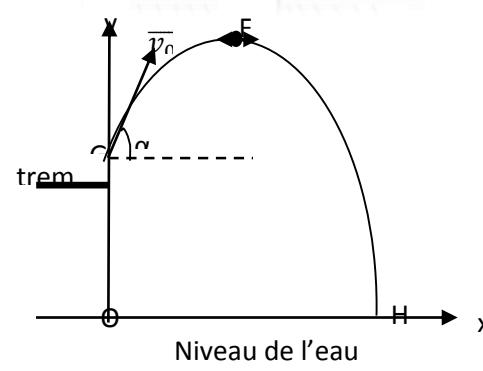


EXERCICE 26

On se propose d'étudier le mouvement du centre d'inertie d'un plongeur au cours d'un saut modélisé type « saut de l'ange ». On négligera dans tous l'exercice le mouvement de rotation du plongeur autour de son centre d'inertie ainsi que les frottements avec l'air. Le repère d'étude XOY est défini à partir du schéma ci-dessous.

Après s'être lancé, le plongeur quitte le tremplin à la date $t=0$ avec une vitesse \vec{v}_0 incliné de $\alpha = 40^\circ$ par rapport à l'horizontale. Son centre d'inertie est alors G_0 de coordonnées $X_0=0$ et $Y_0=6\text{m}$. On donne $g=9,8\text{m/s}^2$.

- 1) Etablir l'équation littérale de la trajectoire du plongeur en fonction des données.
- 2) Le sommet de la trajectoire étant atteint au point F d'abscisse $X_F=1\text{m}$, en déduire la valeur de la vitesse v_0 .
- 3) Le plongeur pénètre dans l'eau en H. Quelle est la valeur de sa vitesse en H ?

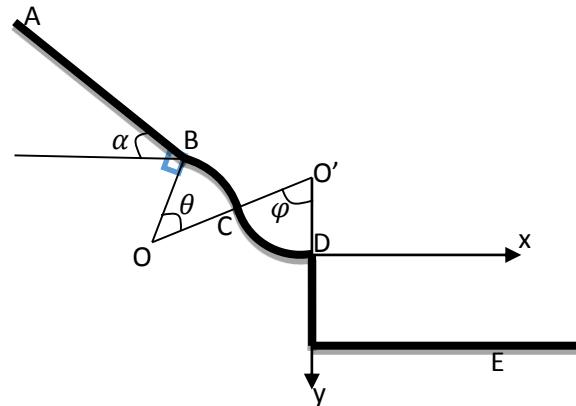


EXERCICE 27

La figure ci-dessous représente la coupe suivant un plan vertical d'une piste ABCDE. AB est une partie rectiligne de longueur $\ell=1\text{m}$ et incliné d'un angle $\alpha=30^\circ$ sur l'horizontale. La partie \widehat{BC} est circulaire de centre O de rayon $r=2\text{m}$ et telle que l'angle $(\widehat{OB}; \widehat{OC}) = \theta = 10^\circ$. \widehat{CD} est circulaire de centre O' , de rayon $r'=r=2\text{m}$. $O'D$ est verticale et l'angle $(\widehat{O'C}; \widehat{O'D}) = \varphi = 40^\circ$. Les parties \widehat{BC} et \widehat{CD} sont tangentées en C. Les frottements sont négligeables. On prendra $g=10\text{m/s}^2$.

Un solide ponctuel S de masse $m=200\text{g}$ part de A sans vitesse initiale.

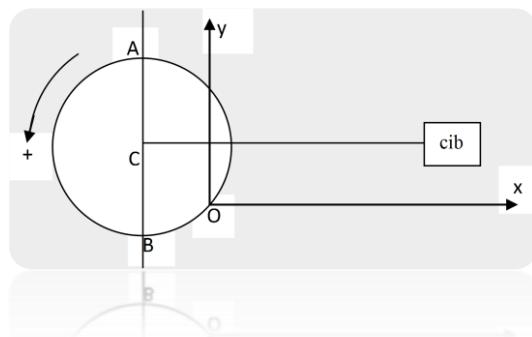
- 1) Déterminer littéralement la vitesse V_B du solide au point B. Calculer V_B .
- 2) Montrer que la vitesse V_C du solide en C est donnée par la relation : $V_C = \sqrt{V_B^2 + 2gr(\cos\alpha - \cos(\alpha + \theta))}$ calculer V_C .
- 3) Déterminer l'expression littérale de la vitesse \vec{V}_D du solide en D. Calculer V_D . Préciser la direction et le sens de \vec{V}_D .
- 4) Etablir l'expression de la réaction R de la piste en B, C puis en D. En déduire leur valeur.
- 5) Arrivé en D, le solide décolle de la piste avec une vitesse $V_D=4,8\text{m/s}$ et atterrit au sol situé à une hauteur $h=2,3\text{m}$ en dessous de D.
 - a) Ecrire l'équation de la trajectoire du solide dans le repère (Dx, Dy).
 - b) Quelle est la distance horizontale séparant la verticale Dy du point d'impact E au sol ?
 - c) Quelle est le temps d'atterrissage ?



EXERCICE 28

Une fronde est constituée de deux cordelettes inextensibles retenant un projectile de masse $m=100\text{g}$ supposé ponctuel. Elle est maniée par le lanceur de façon qu'elle décrive un cercle de rayon R, à la vitesse angulaire ω constante.

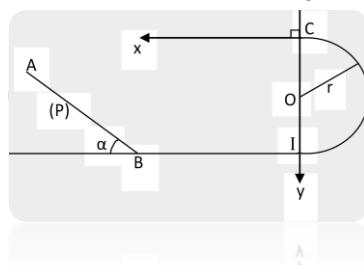
1. Sachant que la fronde tourne à une vitesse constante $N=120\text{trs/min}$, en appliquant la deuxième loi de Newton, calculer la valeur de la tension exercée par l'ensemble des deux cordelettes aux points A et B.
2. Le lanceur lâche brusquement le projectile en libérant une cordelette au moment où celui-ci passe par le point O. Les cordelettes font alors un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à la verticale.
 - a) Etablir l'équation de la trajectoire du projectile dans le repère (O, i, j). Ox horizontal dirigé dans le sens du mouvement et Oy vertical ascendant.
 - b) En déduire la distance à laquelle doit se trouver une cible ponctuelle, située dans le même plan horizontal que le point C pour être atteinte. Plusieurs solutions sont-elles possibles ? Expliquer.
 - c) Avec quelle vitesse V_0 le lanceur doit-il lâcher le projectile en O pour qu'il atteigne la cible située dans sa position précédente ? On donne $g=10\text{ m.s}^{-2}$ et $R=0,8\text{m}$.



EXERCICE 29

Dans tout l'exercice, on prendra $AB=d=5\text{m}$, $\alpha=30^\circ$ et $g=10\text{m/s}^2$.

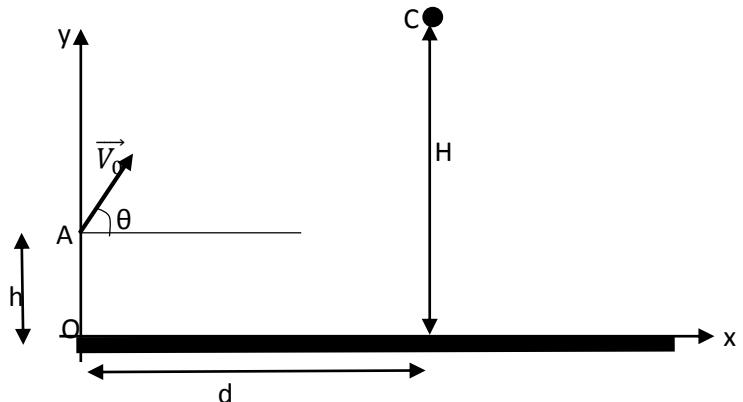
1. Un solide S assimilable à un point matériel de masse $m=1,25\text{kg}$ se déplace sans frottements sur une piste dont la coupe par un plan vertical est représentée par la figure ci-contre : (P), plan incliné d'un angle α sur l'horizontale BI, \widehat{IC} , demi-circonférence de centre O et de rayon r. Le solide S est lâché sans vitesse initiale du point A.
 - 1.1. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique que l'on énoncera, déterminer la vitesse du solide en B en fonction de g, d et α . La calculer.
 - 1.2. Exprimer en fonction de d et α la valeur maximale du rayon r pour que le solide S ne décolle pas de la piste en C.
2. La piste s'arrête en C et $r=1\text{m}$.
 - 2.1. Calculer la vitesse en C ;
 - 2.2. Dans le repère (Cx ; Cy), établir l'équation cartésienne de la trajectoire du solide.
 - 2.3. A quelle date le solide arrive-t-il sur l'horizontale BI de longueur suffisante ?
 - 2.4. Donner en ce point les caractéristiques de sa vitesse.



EXERCICE 30

Un chasseur tire à l'aide de sa lance pierre un oiseau assis en C sur la branche d'un arbre situé à une hauteur $H = 8\text{m}$ du sol et à une distance horizontale $d = 10\text{ m}$ du chasseur. Le chasseur tient sa lance à une hauteur $h = 1,8\text{m}$ du sol de manière que les cordons élastiques tendus, emportant la pierre fassent un angle θ avec l'horizontale. Il lâche les cordons et la pierre quitte de sa main en un point A avec une vitesse V_0 . Le repère xOy étant situé dans le plan vertical contenant la trajectoire de la pierre. On donne $g=10\text{m/s}^2$

- 1) Ecrire les équations horaires du mouvement de la pierre ;
- 2) En déduire l'équation de la trajectoire
- 3) On donne $\theta=45^\circ$.
 - a) Avec quelle vitesse V_0 , le chasseur doit-il lâcher la pierre pour que l'oiseau assis à la position C sur l'arbre soit atteint ?
 - b) A quelle distance horizontale du chasseur, la pierre va-t-elle tomber si elle ratte l'oiseau ?
 - c) Quelle serait la hauteur maximale atteinte par la pierre à partir du sol ?
 - d) Quelle sera la durée de la chute de la pierre ?
 - e) Calculer la vitesse de la pierre juste avant le choc avec le sol ? Donner les caractéristiques (direction et sens) de son vecteur vitesse au sol.



**B- MOUVEMENT
D'UN SATELLITE DANS UN
CHAMP
GRAVITATIONNEL**

C- MOUVEMENT D'UN SATELLITE DANS UN CHAMP GRAVITATIONNEL

EXERCICE 1

L'énergie potentielle de pesanteur d'un satellite dans le champ de pesanteur terrestre a pour expression $E_p = -\frac{Km}{r}$. K est une constante, r est la distance entre le centre de la terre et le centre d'inertie du satellite. On considère un satellite géostationnaire, cela signifie qu'il reste toujours à la verticale d'un même point de l'équateur terrestre.

- 1) L'altitude d'un tel satellite est $h=36\ 000\text{km}$. Quelle est la circonférence du cercle qu'il décrit autour de l'axe Nord-Sud de la terre ? Quel temps lui faut-il pour décrire cette circonférence ?
- 2) Quelle est sa vitesse par rapport à un observateur qui resterait au centre de la terre (observateur géocentrique) ?
- 3) Quelle est sa vitesse par rapport à un observateur qui est à la surface de l'océan, à l'équateur ?
- 4) Quelle est l'état de référence choisi pour l'énergie potentielle de pesanteur ?
- 5) Quel est le signe de l'énergie potentielle de pesanteur du satellite dans le champ de pesanteur terrestre ?
- 6) Quelle est l'énergie cinétique du satellite ?
- 7) Quelle est l'énergie mécanique du système satellite dans le champ de pesanteur :
 - Par rapport à l'observateur à la surface de l'océan ?
 - Par rapport à l'observateur situé au centre de la terre ?
- 8) Pour ce dernier observateur, quelle était la vitesse de tir du satellite ? Les frottements avec l'atmosphère sont négligeables.
- 9) Etant donné que la terre tourne autour de l'axe Nord-Sud, le tir est-il effectué vers l'Est ou vers l'Ouest ? Quelle est la vitesse du satellite par rapport à l'observateur situé à la surface de l'océan ?
- 10) Ce problème montre-t-il l'intérêt de la notion de l'énergie mécanique ? Pourquoi ?

EXERCICE 2

1. Dans un repère, on considère un astre A de masse M et son satellite B de masse m. A dont la masse est très grande devant celle de B, est supposé mobile dans le repère et B tournant autour de A d'un mouvement uniforme et son centre décrit un cercle de rayon R.
 - a) Etablir la relation qui lie la vitesse V du centre de B, le rayon R de l'orbite, la masse M de A et la constante de gravitation universelle G .
 - b) On connaît la période de révolution T de B autour de A. Exprimer V en fonction de T, en déduire la 3^e loi de Kepler : $\frac{R^3}{T^2} = C \cdot M$ et donner l'expression littérale de C en fonction de G.
2. Un satellite artificiel tourne autour de la terre en 134 minutes selon une orbite circulaire dont le rayon vaut $r_s = 8,713 \cdot 10^3\text{km}$. Sachant que la terre décrit autour du soleil en 365,25jrs une orbite qu'on pourra considérer comme circulaire de rayon $r_T = 1,456 \cdot 10^8\text{km}$.
Calculer le rapport de la masse de la terre à celle du satellite.

EXERCICE 3

Un satellite artificiel assimilé à un point S décrit une trajectoire circulaire concentrique au centre O de la terre et son altitude est h. Seule l'interaction gravitationnelle entre terre et satellite est prise en compte.

- 1) Montrer que dans un repère géocentrique galiléen, le mouvement du satellite S est uniforme. Exprimer sa vitesse V et sa période de révolution T en fonction du rayon terrestre R_T , de son altitude h et de l'intensité g_0 de champ de gravitation à la surface de la terre.
- 2) Calculer les valeurs de V et T si $g_0 = 9,8\text{m/s}^2$; $R_T = 6400\text{km}$; $h = 1000\text{km}$.
- 3) Montrer que le quotient $\frac{T^2}{(R_T+h)^3} = \text{constante}$, ce qui constitue un cas particulier de la 3^e loi de Kepler.
- 4) Le centre d'inertie de la lune décrit autour de la terre une orbite assimilée à un cercle de rayon r_L avec une période $T_L = 27j\ 7h\ 43mn$. En utilisant le résultat précédent, déduire la valeur r_L .

EXERCICE 4

On étudie le mouvement d'un satellite de la terre dans un référentiel géocentrique. La terre est supposée comme homogène, sphérique de centre O, de rayon R de masse ; elle tourne d'Ouest en Est autour d'axe des pôles avec une vitesse angulaire constante ω .

Le satellite assimilable à un point matériel de masse m, décrit une orbite circulaire de rayon r et de centre O. Exprimer la force d'attraction que la terre exerce sur le satellite en fonction des constantes gravitationnelles K, M, m, r.

- a) Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.
- b) Exprimer la vitesse du satellite sur sa trajectoire, sa période de révolution et son énergie cinétique en fonction des mêmes données.

- c) On rappelle l'expression de l'énergie potentielle E_P d'un satellite : $E_P = -\frac{KMm}{r}$. En choisissant de prendre conventionnellement E_P nulle à l'infini, exprimer l'énergie mécanique totale du satellite.

EXERCICE 5

Soit g_0 l'intensité du champ de pesanteur au niveau du sol et R le rayon de la terre. On suppose que l'influence des autres planètes et des frottements est négligeable.

Pour un objet de masse m et à l'altitude z au dessus du sol, on donne l'expression de l'énergie potentielle $E_P(z) = -mg_0 \frac{R^2}{R+z} + C$ où C est une constante.

- 1) Pour quelle valeur de z le satellite n'est-il plus soumis à l'attraction terrestre ?
- 2) Quelle est alors l'énergie potentielle du système terre-satellite ? en déduire que $C=0$.
- 3) Exprimer la variation de l'énergie potentielle du satellite lorsqu'il passe de l'altitude Z_2 à Z_1 , $Z_2 > Z_1$.
- 4) En déduire une justification du signe moins dans l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur.

EXERCICE 6

Un satellite artificiel assimilé à un point S décrit une trajectoire circulaire concentrique au centre O de la terre et son altitude est h . Seule l'interaction gravitationnelle entre terre et satellite est prise en compte.

- 5) Montrer que dans un repère géocentrique galiléen, le mouvement du satellite S est uniforme. Exprimer sa vitesse V et sa période de révolution T en fonction du rayon terrestre R_T , de son altitude h et de l'intensité g_0 de champ de gravitation à la surface de la terre.
- 6) Calculer les valeurs de V et T si $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$; $R_T = 6400 \text{ km}$; $h = 1000 \text{ km}$.
- 7) Montrer que le quotient $\frac{T^2}{(R_T+h)^3} = \text{constante}$, ce qui constitue un cas particulier de la 3^e loi de Kepler.
- 8) Le centre d'inertie de la lune décrit autour de la terre une orbite assimilée à un cercle de rayon r_L avec une période $T_L = 27j\ 7h\ 43mn$. En utilisant le résultat précédent, déduire la valeur r_L .

EXERCICE 7

Dans l'objectif de visiter la lune, TINTIN entreprend un voyage Terre-Lune dans une fusée. Lorsque la fusée se trouve entre la terre et la lune à une certaine distance X du centre de la terre, les forces gravitationnelles de la terre et de la lune appliquées se compensent.

- a) Calculer la distance X ;
- b) Quelle est, dans le référentiel géocentrique, l'énergie mécanique du système Terre- fusée ?
- c) Quelle est dans le référentiel de la lune, l'énergie mécanique du système Lune – fusée ?

On donne : Masse de la terre : $M_T = 6.10^{24} \text{ kg}$; masse de la lune $M_L = 7,35.10^{22} \text{ kg}$; distance centre de la terre-centre de la lune : $d = 3,85.10^8 \text{ m.}$; rayon de la terre : $R_T = 6400 \text{ km}$; rayon de la Lune $R_L = 1740 \text{ km}$.

EXERCICE 8

On donne $R_T = 6,83.10^6 \text{ m}$; $g_0 = 9,8 \text{ N/kg}$.

- 1) On suppose que la terre a une distribution de masse à symétrie sphérique de centre O . On néglige l'effet de rotation de la terre.
 - a) Etablir l'expression de la pesanteur $g(h)$ créée par la terre à une altitude h à partir de la loi de gravitation.
 - b) En déduire l'expression littérale de la masse de la terre M_T en fonction de g_0 , R_T et G constante de gravitation puis la calculer.
- 2) On admet qu'un satellite de la terre, assimilé à un point matériel de masse m est soumis à la force gravitationnelle F exercée par la terre et décrit dans le référentiel géocentrique une trajectoire circulaire de centre O .
 - a) Montrer que le mouvement du satellite est uniforme ;
 - b) Exprimer la vitesse V et la période T du satellite en fonction de M_T , G , R_T et h .
 - c) On pose $r = R_T + h$, montrer que le rapport T^2/r^3 est égal à une constante que l'on exprimera en fonction de M_T et de G .
- 3) Le tableau ci-dessous rassemble les valeurs des périodes de révolution T et des altitudes h des orbites de quelques satellites artificiels de la terre.

Base de lancement	Kourou	Baïkonour	chine	Etats-unis
satellite	Intelsat-V	Cosmos 1970	Fenf-yun 1	USA-35
T	23,9345h	11h14min	102,8min	12h
h(km)	$3,58.10^4$	$1,91.10^4$	9.10^2	$2,02.10^4$

- a) Vérifier que le rapport T^2/r^3 est constant ;
- b) En déduire la masse M_T de la terre
- c) Quelle est la caractéristique du satellite Intelsat-V ?
Période de révolution propre de la terre 23, 9345j
- d) Quelle est la différence entre période de révolution et période de rotation .

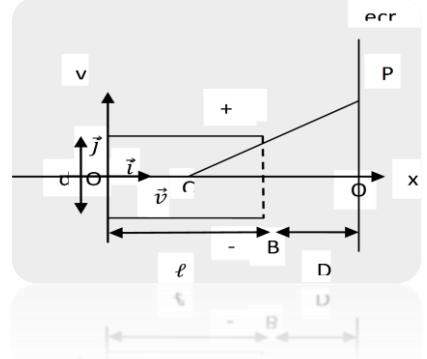
**D-MOUVEMENT
DES PARTICULES CHARGEES
DANS UN CHAMP
ELECTROSTATIQUE UNIFORME**

C- MOUVEMENT DES PARTICULES CHARGEES DANS UN CHAMP ELECTROSTATIQUE UNIFORME

EXERCICE 1

On maintient entre les plaques une différence de potentielle U . La longueur de ces deux plaques est ℓ et leur distance est d . Un électron est injecté dans une direction perpendiculaire au champ avec une vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0 \hat{i}$ au point O milieu des plaques. Données : $\ell = 2\text{cm}$; $d = 1\text{cm}$; $D = 50\text{cm}$; $U = 100\text{V}$; $v_0 = \frac{10^7\text{m}}{\text{s}}$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}\text{kg}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$; $g = 9,8\text{m/s}^2$.

- 1) Calculer le champ électrique supposé uniforme entre les deux plaques ;
- 2) Calculer :
 - a) Le poids d'un électron ;
 - b) La force électrostatique et donner son sens
- 3) Comparer le poids de l'électron et la force électrostatique que subit l'électron et conclure ;
- 4) Etablir l'équation de la trajectoire de cet électron à l'intérieur des deux plaques et en déduire de quelle distance verticale, l'électron est dévié à la sortie S des plaques. Quelle est sa vitesse à la sortie S des plaques ? Combien de temps l'électron met-il entre les deux plaques pour arriver au point S ?
- 5) On place un écran à la distance D de l'extrémité des deux plaques.
 - a. Quelle est la position du point d'impact de l'électron sur l'écran ?
 - b. Déterminer l'énergie mécanique que subit l'électron à la sortie des deux plaques.

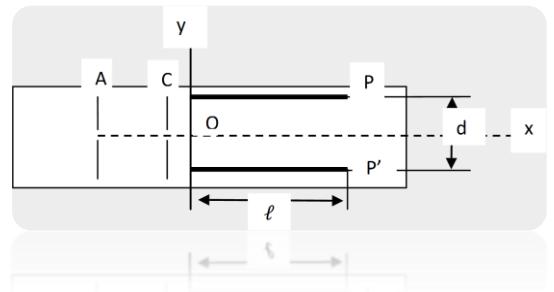


EXERCICE 2

Dans le dispositif ci-dessous, un faisceau homocinétique de protons est d'abord accéléré par une tension appliquée entre deux plaques A et C. Les protons pénètrent en O avec une vitesse $V_0 = 800\text{km/s}$ entre deux plaques parallèles P et P', distantes de $d = 2,5\text{cm}$ et de longueur $\ell = 10\text{cm}$, comme le montre le schéma.

Données : la force de pesanteur est négligeable, $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}\text{kg}$ et $e = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$.

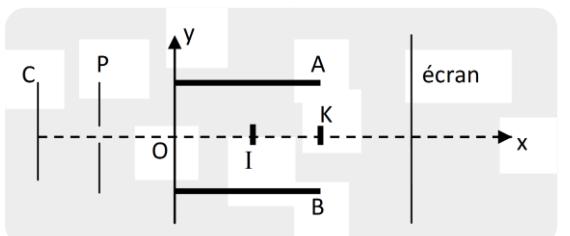
- 1) Calculer la valeur de U_{AC} sachant que les protons sont issus de A sans vitesse initiale.
- 2) On applique entre les plaques P et P' la tension $U = U_{PP'}$ créant un champ uniforme de valeur E .
 - a) Quel doit être le signe de U pour que la déviation soit dirigée vers le haut ?
 - b) Montrer que l'équation cartésienne de la trajectoire entre les plaques est donnée par : $y = \frac{q \cdot E}{2m_p V_0^2} \cdot x^2$
 - c) Calculer numériquement la valeur de U à ne pas dépasser si l'on veut que le faisceau ne soit pas capté par l'une des plaques.



EXERCICE 3

On prendra pour charge de l'électron $q = -e = -1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$ et pour sa masse $m = 9,1 \cdot 10^{-31}\text{kg}$.

- 1) Un faisceau d'électrons est émis par une cathode C, avec une vitesse pratiquement nulle. Ce faisceau d'électrons est accéléré par une tension U_1 appliquée entre la plaque P et la cathode C.
 - a) Déterminer le signe de $U_1 = U_P - U_C$ et le sens du champ électrique E_1 existant entre la plaque P et la cathode C.
 - b) Quelle est la nature du mouvement d'un électron entre C et P ?
 - c) Calculer la tension U_1 pour que les électrons arrivent sur la plaque P avec la vitesse $V_1 = 25000\text{km/s}$.
- 2) La plaque P est percée d'un trou laissant passer les électrons. Ces électrons en faisceau homocinétique, pénètrent à la vitesse V_1 , suivant l'axe horizontal Ox, dans un déflecteur électrostatique constitué de deux armatures A et B d'un condensateur plan. Soit d la distance entre les deux armatures, L leur longueur, D la distance du centre I du condensateur à l'écran fluorescent, $U = U_A - U_B > 0$, la tension entre les armatures et E , le champ électrique qui règne entre les armatures. On donne $U = 100\text{V}$, $D = 0,4\text{m}$, $L = 0,1\text{m}$, $d = 2,5\text{cm}$.
 - a) Déterminer l'équation de la trajectoire d'un électron entre les armatures. En déduire la nature du mouvement.

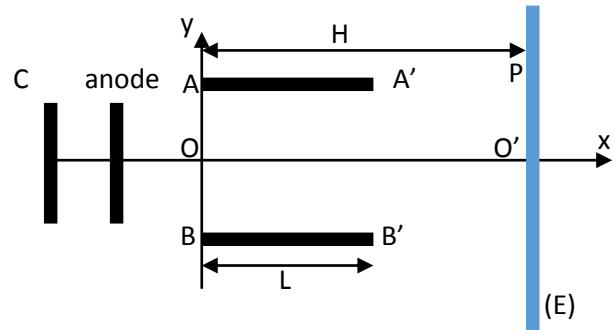


- b) Déterminer les coordonnées du point S par lequel le faisceau d'électron sort du condensateur. Que vaut la déviation verticale h du faisceau à la sortie du déflecteur ?
- c) Déterminer la déviation angulaire en fonction de V_1 , e , m , E et L puis faire l'application numérique.
- d) Déterminer la vitesse V_s de sortie d'un électron.
- e) Montrer que la déviation linéaire H sur l'écran n'est fonction ni de la masse ni de la charge de l'électron
- f) Quelle est la vitesse d'un électron à son arrivée sur l'écran fluorescent ?
- 3) La chambre à vide associée au déflecteur électrostatique constitue un tube électronique expérimental dont la déflexion (ou déviation) verticale h peut être réglée à de la tension accélératrice U_1 .
- a) Montrer que la déviation verticale h à la sortie du condensateur est fonction de U_1 , L et E .
- b) Montrer que les électrons ne peuvent sortir de l'espace entre les armatures (du côté de l'armature A) que pour un champ électrique $E \leq 2U_1d/L^2$. Calculer dans ce cas la valeur minimale U_{\max} de la tension U .

EXERCICE 4

Des électrons sont émis par une cathode C avec une vitesse initiale négligeable. Ils sont alors accélérés par une différence de potentiel U_0 et arrivent en Q avec une vitesse \vec{V}_0 parallèle à Ox. Le poids des électrons a un effet négligeable. On donne : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ et $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$.

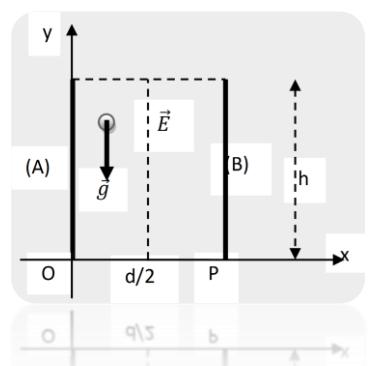
1. Déterminer l'expression de la valeur de V_Q des électrons en Q, en fonction de U_0 , m et e .
 2. Les électrons venant de Q pénètrent en O, avec une vitesse V_0 , à l'intérieur d'un condensateur plan. Ce dernier est constitué par deux armatures planes AA' et BB' parallèle à Ox et perpendiculaire à (Oy) de longueur L et séparées par une distance d . On applique entre les plaques AA' et BB' une d.d.p. $U > 0$ et l'on suppose que les effets de bord sont négligeables.
 - a. Soit F la force électrique qui s'exerce sur un électron à l'intérieur du condensateur. Dans la base orthonormée (O, \vec{i}, \vec{j}) , exprimer ce vecteur F en fonction de U , d et e .
 - b. x et y étant les coordonnées d'un électron dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , déterminer l'expression de y en fonction de U , d , e , x , m et V_0 pour $0 < x < L$.
 - c. Etablir l'expression de y en fonction de U , U_0 , d et x .
 - d. Etablir la relation d'inégalité entre U , U_0 , d et L pour que le faisceau d'électron sorte du système déviateur sans toucher la plaque AA'.
 - e. Calculer la déviation angulaire des électrons à la sortie du condensateur.
- Donnée : $U_0 = 500 \text{ V}$, $U = 100 \text{ V}$, $L = 15 \text{ cm}$, $d = 10 \text{ cm}$.
3. Le faisceau d'électron donne un spot P sur un écran fluorescent E placé perpendiculairement à (Ox) à la distance H de O.
 - a. Déterminer la déviation $D = O'P$ du faisceau en fonction de U , U_0 , d , L , H .
 - b. Calculer D pour $H = 40 \text{ cm}$.



EXERCICE 5

Deux plaques métalliques A et B, placées dans le vide, sont distantes de d . Entre les deux plaques, est imposée une tension U_{AB} . Une petite boule de masse m qui porte une charge Q négative est lâchée de l'extrémité supérieure de la plaque A. On ne peut pas négliger la pesanteur. On donne $g = 10 \text{ m/s}^2$; $Q = -10^{-7} \text{ C}$, $d = 7 \text{ cm}$, $h = 80 \text{ cm}$ et $m = 100 \text{ g}$.

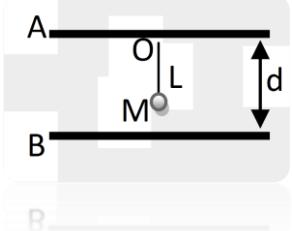
- 1) Trouver les deux forces qui agissent sur la boule.
- 2) Montrer que la boule reste dans le plan (xOy).
- 3) Quelle doit être le signe de la tension U_{AB} et le sens de \vec{E} pour que la boule décolle de la plaque A ?
- 4) En déduire les coordonnées sur les axes Ox et Oy du vecteur accélération du mouvement de la sphère
- 5) Déterminer la nature de la trajectoire et donner son équation
- 6) Calculer la valeur de la tension pour que la boule passe par :
 - a) le centre du condensateur.
 - b) Le point P situé sur l'horizontale passant par O.
 - c) Le point O origine du repère.
- 7) Calculer la date d'arrivée de la boule dans le plan horizontal passant par O.



EXERCICE 6 :On prend $g=10\text{m/s}^2$.

Une sphère conductrice M assimilable à un point matériel, de masse $m=2g$ et portant une charge q positive, est suspendue en un point fixe O , par l'intermédiaire d'un fil isolant, inextensible de masse négligeable, de longueur $L = 10\text{cm}$. Le pendule ainsi constitué est placé entre deux armatures métalliques A et B , planes horizontales de grandes dimensions, distantes entre elles de $d = 20\text{cm}$. Le point de suspension O est situé à 5cm au dessus de l'armature supérieure A . On applique entre les deux armatures, une différence de potentiel $U_{AB}=V_A-V_B = 2000\text{V}$, créant alors entre A et B un champ électrostatique E .

- 1) Donner les caractéristiques de la force électrostatique et de la force de pesanteur s'exerçant sur la sphère M .
- 2) La sphère porte une charge électrique $q = +0,20 \cdot 10^{-6}\text{C}$. Le pendule est écarté de sa position d'équilibre d'un angle de 90° , et abandonné sans vitesse initiale. Déterminer la vitesse de la sphère M , la tension du fil au passage à la verticale.
- 3) Le fil casse au passage à la verticale.
 - a) Déterminer l'équation et la nature de la trajectoire de M après la rupture du fil.
 - b) Déterminer le temps auquel M touche l'armature B .



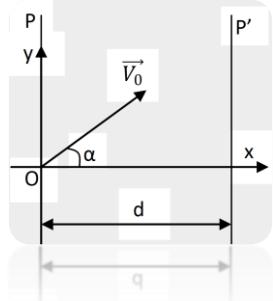
EXERCICE 7

Dans la région d'espace R comprise entre deux plans parallèles P et P' distants de d , il existe un champ électrique E créé par des électrodes constituées de fin grillages métalliques disposés suivant P et P' ; E sera considéré comme nul à l'extérieur de R . Une particule ponctuelle de masse m et de charge électrique positive, arrive en O à $t = 0$ et pénètre dans la région R . La vitesse à $t=0$ se trouve dans le plan (O, i, j) , elle a pour valeur \vec{V}_0 , et fait un angle α avec l'horizontale.

- 1) Représenter la force électrique s'exerçant sur la particule en O .
- 2) On néglige le poids de la particule devant la force électrostatique. Etablir l'équation de la trajectoire. Quelle est sa nature ?
- 3) Déterminer la composante V_x de la vitesse en fonction de x (on pourra utiliser le théorème de l'énergie cinétique).
- 4) Calculer la valeur V_F de la vitesse de la particule et l'angle β qu'elle fait avec l'horizontale au moment où elle arrive dans le plan P' .

On donne $V_0 = 2 \cdot 10^7 \text{ m/s}$; $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $q = 10^{-19} \text{ C}$, $E = 5 \cdot 10^4 \text{ V/m}$; $d = 10^{-2} \text{ m}$ et $\alpha = 10^\circ$.

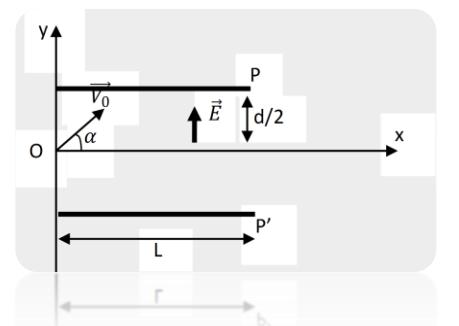
Quelle sera la trajectoire de la particule après la traversée du plan P' ? Montrer que le rapport $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ est égale à une constante K qui sera exprimée en fonction de E , d , q , m et V_0 .



EXERCICE 9

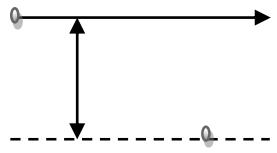
Entre deux plaques P et P' d'un condensateur plan, les électrons de charge $q = -e$ et de masse m pénètre en O avec une vitesse \vec{V}_0 ; le vecteur \vec{V}_0 est dans le plan (xOy) et fait un angle α . Le champ E est créé par une tension $U_{PP'} = U > 0$ appliquée entre les deux plaques : la longueur des plaques est L et leur distance est d .

- 1) Ecrire la relation entre le vecteur accélération \vec{a} et le champ électrique E .
- 2) Exprimer en fonction de U , V_0 , α , e , d et du temps t les coordonnées des différents vecteurs suivants :
 - a) L'accélération \vec{a} ; b) vitesse \vec{V}_c position \overline{OM} .
- 3) Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire ;
- 4) Calculer les coordonnées du point M où le vecteur vitesse devient parallèle à l'axe (Ox) . En déduire la relation liant V_0 , α , U et m pour que l'électron ne soit pas capté par la plaque supérieure.
- 5) On veut que l'électron ressorte en O' ;
 - a) Déterminer la tension U à appliquer entre les plaques en fonction de α , L , d , V_0 , m et e .
 - b) Montrer alors que le vecteur vitesse en O' a la même valeur qu'en O mais fait un angle α avec l'axe (Ox) .
 - c) Calculer la valeur de U pour que l'électron ressorte en O' . On donne $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $V_0 = 800 \text{ km/s}$, $L = 10 \text{ cm}$, $\alpha = 45^\circ$, $d = 8 \text{ cm}$.



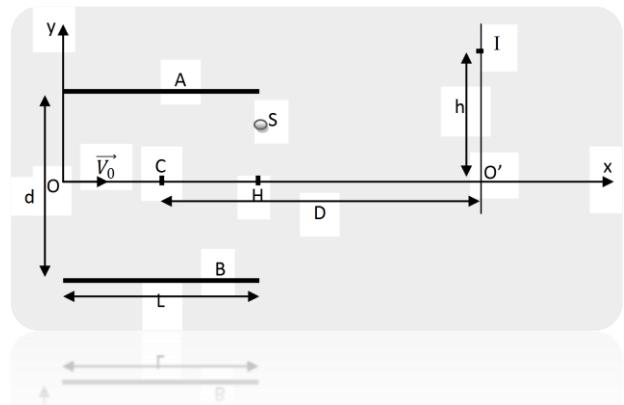
EXERCICE 8 : Un point matériel A de masse $m=5g$ porte une charge électrique q . On superpose au champ de pesanteur terrestre \vec{g} un champ électrostatique uniforme caractérisé par un vecteur \vec{E} horizontal de même direction et de même sens que l'axe Ox représenté dans la figure. A est abandonné sans vitesse initiale en un point O de l'espace où agissent les deux champs. Il arrive au point B.

- 1) Quel est le signe de la charge portée par la sphère A ? Justifier.
- 2) En déduire la nature du mouvement de la sphère assimilée à un point.
- 3) Etablir l'expression littérale de l'équation de la trajectoire dans le système d'axes (Ox ; Oy) où l'axe Oy est vertical descendant.
- 4) Donner les coordonnées du point d'arrivée B de la sphère après une dénivellation verticale $h=0,5m$ mesurée à partir de O. On donnera l'expression littérale de ses coordonnées et on calculera leur valeur dans le cas où $|q| = 4 \cdot 10^{-7} C$, $E = 10^4 V \cdot m^{-1}$.



EXERCICE 10 : Deux plaques métalliques A et B de longueur L sont placées horizontalement l'une à l'autre dans une enceinte où règne un vide poussé. La distance entre les deux plaques est notée d. Un faisceau homocinétique de protons pénètre entre les plaques A et B au point O avec une vitesse initiale V_0 horizontale. Le poids des particules a un effet négligeable sur leur mouvement. Leur charge est notée q , leur masse est notée m .

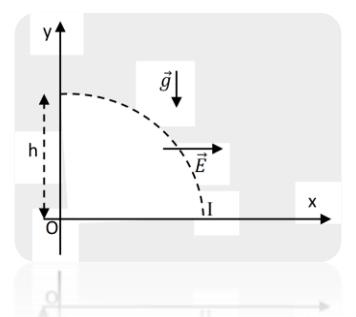
- 1) Donner la direction et le sens du vecteur champ \vec{E} créé entre les deux plaques pour que le faisceau homocinétique de protons soit dévié vers le haut.
 - 2) Quel est alors le signe de la tension U_{AB} établie entre les plaques A et B ?
 - 3) La trajectoire du proton entre O et la sortie S du champ E se trouve dans le plan contenant le repère (Ox, Oy). Etablir dans ce repère l'équation de cette trajectoire. Quelle est sa nature ?
 - 4) Les protons sortent du champ électrostatique au point S et sont reçus en I sur un écran plan placé perpendiculairement à l'axe Ox . Quelle est la nature du mouvement des protons entre S et I ? En déduire leur vitesse en I.
 - 5) Etablir l'expression littérale donnant la distance $h = OI$ en fonction de q , E , L , m , V_0 , et $D = CO'$ (l'abscisse du point C est $x_C = OC = L/2$).
- On donne : $q = 1,6 \cdot 10^{-19} C$; $V_0 = 10^6 m/s$; $L = 5cm$; $m = 1,67 \cdot 10^{-27} kg$, $E = 2 \cdot 10^4 V/m$, $D = 50cm$.



EXERCICE 11 : Dans tout l'exercice, on supposera l'existence d'un champ de pesanteur uniforme $g = 10m/s^2$. Les expériences ont lieu dans le vide où tous les frottements sont négligeables.

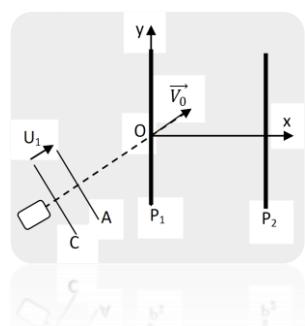
Une petite sphère S de masse $m = 5g$ porte une charge électrique $q = 4 \cdot 10^{-7} C$. S part de A à vitesse nulle et se déplace dans une zone où, en plus du champ \vec{g} , règne un champ électrostatique uniforme \vec{E} ($E = 10^4 V/m$). On donne $h = 0,5m$.

- 1) Comparer les valeurs de la force électrostatique F_E et du poids P . Conclure.
- 2) Etablir les équations horaires du mouvement. En déduire la nature de la trajectoire.
- 3) Calculer la position du point I à la date t_1 .
- 4) Déterminer le vecteur vitesse \vec{V} .



EXERCICE 12 : On donne $q = -e = -1,6 \cdot 10^{-19} C$, masse de l'électron : $m = 9,1 \cdot 10^{-31} kg$.

- 1) Des électrons, émis avec une vitesse initiale pratiquement nulle du filament d'un canon à électrons, sont accélérés par une tension $U_1 = 400V$. Calculer la valeur V_0 de la vitesse des électrons à l'anode A.
- 2) Animés de la vitesse V_0 , les électrons pénètrent en O dans un espace où règne un champ électrique uniforme E créé par une d.d.p. $U_2 = V_{P1} - V_{P2} = 200V$ entre deux plaques P_1 et P_2 planes et parallèles. Le vecteur vitesse est dans le plan du repère (O, x, y) et fait un angle $\alpha = 20,7^\circ$ avec l'horizontale passant par O.
 - a) Exprimer en fonction de e , m , U_1 , et U_2 , la vitesse V_S des électrons à leur sortie au niveau de la plaque P_2 . Calculer sa valeur.
 - b) En remarquant que la composante du vecteur vitesse des électrons suivant l'axe des ordonnées est constante, retrouver une relation entre V_0 , V_S , α , et l'angle β formé par \vec{V}_S et l'horizontale. En déduire la valeur de l'angle β .



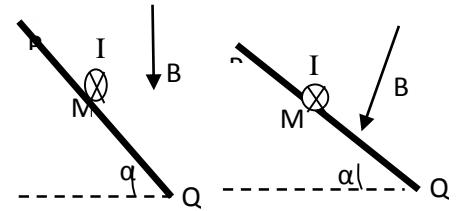
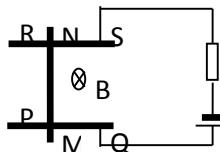
**D- MOUVEMENT
D'UNE PARTICULE CHARGEÉE
OU D'UNE
PORTION D'UN CONDUCTEUR
DANS UN CHAMP
MAGNETIQUE UNIFORME**

E- MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEÉE OU D'UNE PORTION D'UN CONDUCTEUR DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

Exercice 1

Une tige de cuivre Mn de masse $m=20\text{g}$ et de section constante est placée sur deux rails parallèles et horizontaux (PQ) et (RS) , perpendiculairement aux rails. Les rails sont reliés par un générateur débitant un courant électrique d'intensité $I=3\text{A}$. L'ensemble est placé dans un champ magnétique uniforme B , vertical et descendant d'intensité $B=0,2\text{T}$. On admettra que la tige glisse sans frottement sur les rails.

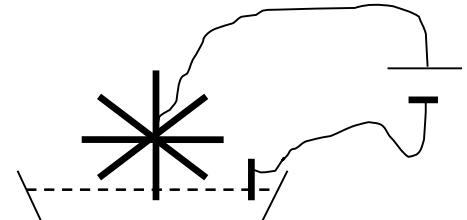
- 1) Faire le bilan des forces appliquées à la tige et les représenter sur un schéma.
- 2) Déterminer l'accélération de la tige et en déduire la nature du mouvement.
- 3) Etablir les équations horaires $v(t)$ et $x(t)$ du mouvement.
- 4) Déterminer la vitesse de la tige $0,5\text{s}$ après la fermeture du circuit.
- 5) De quel angle α doit-on incliner les rails (PQ) et (RS) pour que la tige soit en équilibre dans les deux cas suivants : B reste perpendiculaire au rail, B reste vertical. On donne : $MN=10\text{cm}$, $g=10\text{m/s}^2$.



Exercice 2

On considère une sorte de roue mobile autour d'un axe horizontal (Δ) grâce à 4 segments métalliques soudés ; l'ensemble tourne sans frottement autour de l'axe (Δ) perpendiculaire au plan de la figure.

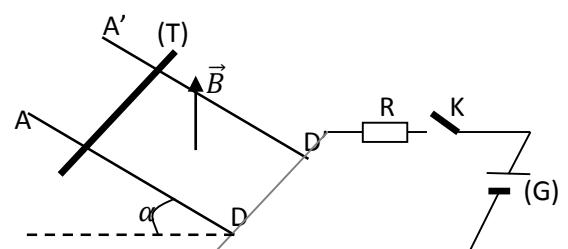
- 1) Déterminer la force magnétique \vec{F} s'exerçant sur le rayon vertical plongé dans le champ magnétique uniforme \vec{B} tel que $B=0,2\text{T}$. On donne $I=5\text{A}$; $R=10\text{cm}$. Montrer que la roue tourne dans le sens indiqué sur la figure. On suppose que lorsqu'un rayon sort du bain de mercure, un autre y pénètre ; ce qui assure la continuité du mouvement.
- 2) La roue tourne à la vitesse de 45trs/min . Calculer la puissance du moteur ainsi constitué en supposant que la force magnétique s'applique au milieu du rayon qui plonge dans le mercure.



EXERCICE 3

Deux rails conducteurs et parallèles AD et $A'D'$ distants de $L=12\text{m}$, sont disposés selon des lignes de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle $\alpha=8^\circ$ par rapport à l'horizontale. Les deux rails sont reliés à un générateur de courant continu (G), en série avec un interrupteur et un résistor de résistance R ajustable. La tige (T) conductrice, non ferromagnétique et perpendiculaire aux rails, peut glisser sur ceux-ci parallèlement à elle-même sans frottement. Le dispositif est placé dans une zone de l'espace où régne un champ magnétique uniforme et vertical \vec{B} de sens ascendant et d'intensité $B=0,1\text{T}$.

1. L'interrupteur K étant ouvert, la tige (T) est abandonnée sur les rails sans vitesse initiale à la position MN . Déterminer la valeur numérique de l'accélération a_G du mouvement du centre d'inertie G de la tige. On prendra $g=10\text{m/s}^2$.
2. La tige étant ramenée à la position MN , on ferme l'interrupteur K . L'intensité du courant dans le circuit est $I=2\text{A}$. La masse de la tige est $m=60,8\text{g}$
 - 2.1 A partir d'un schéma, faire le bilan des forces qui s'exercent sur la tige (T).
 - 2.2 Déterminer la nouvelle valeur de l'accélération a'_G du mouvement de la tige.
 - 2.3 Calculer la valeur de l'intensité I du courant pour que la tige reste en équilibre sur les rails.

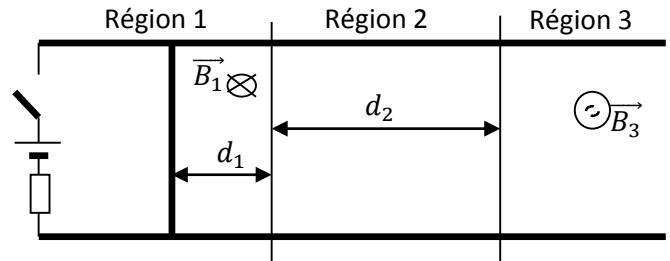


On négligera l'effet d'induction dû au déplacement de la tige.

EXERCICE 4

Dans tout l'exercice on néglige le phénomène d'induction et le champ magnétique terrestre.

- 1) Un circuit électrique est composé d'un générateur, d'un interrupteur K, de deux rails métalliques horizontaux, parallèle, d'un résistor de protection et d'un barreau métallique MN mobile et horizontale de masse pouvant glisser sans frottement en restant perpendiculaire aux rails(voir fig. circuit vue de dessus). Le courant débité par le générateur a une intensité I supposée constante, les contacts électriques en M et N n'introduisant pas de résistances supplémentaires appréciables. La région 1 du schéma est soumise à l'action d'un champ magnétique \vec{B}_1 d'intensité B_1 perpendiculaire au plan des rails et dirigé comme indiqué sur la figure. Le barreau MN étant immobile, on ferme l'interrupteur K à l'instant $t=0$.
- Dresser la liste des forces que subit alors le barreau mobile MN en donnant les caractéristiques de chacune d'elles.
 - Exprimer le vecteur accélération \vec{a}_1 pris par le barreau lors de son mouvement dans la région. On donne : $I=5A$, $B_1=6.10^{-3}T$, $m=50g$, $MN=L=10cm$.
 - Déterminer la vitesse V_1 du barreau MN quand il sort de la région 1 après avoir parcouru la distance $d_1=5cm$.
- 2) Le barreau traverse une région 2 de largeur $d_2= 10cm$ où le champ magnétique est nul.
- Quelle est la nature du mouvement ?
 - Calculer le temps mis pour la traverser.
- 3) Le barreau entre dans la région 3 et subit l'action du champ magnétique \vec{B}_3 d'intensité $B_3=6.10^{-3}T$ et orienté comme l'indique la figure.
- Quel est le vecteur accélération \vec{a}_3 du barreau ?
 - A quelle date le barreau repasse-t-il par sa position initiale de la question 1 ?

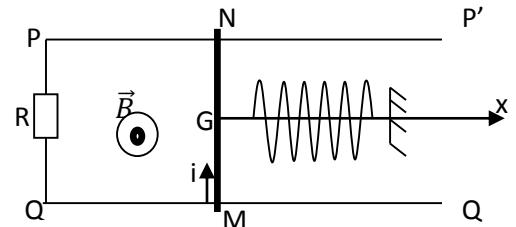


EXERCICE 5

Une tige métallique MN homogène de masse m peut glisser sans frottement sur deux rails métalliques parallèles horizontaux, PP' ET QQ'. La distance entre les rails est ℓ . Un conducteur ohmique de résistance R relie les extrémités P et Q des rails. Les résistances électriques des rails, de la tige MN et des contacts en M et N entre la tige et les rails sont négligeables par rapport à R . Le milieu G de la tige est lié à l'extrémité isolé électriquement d'un ressort de masse négligeable, à spires non jointives de raideur ; l'axe du ressort est parallèle aux rails.

Lorsque la tige MN est équilibrée, G se trouve en O. Soit Ox un axe muni d'un vecteur unitaire \vec{u} confondu avec l'axe du ressort. L'ensemble du dispositif est placé dans un champ magnétique \vec{B} uniforme, vertical ascendant (voir fig. Vue de dessus). Al instant $t=0$, la tige MN qui a été écartée de sa position d'équilibre est abandonnée sans vitesse initiale, l'abscisse de G étant alors x_0 . Au cours de son mouvement, la tige reste perpendiculaire à la direction des rails ; au temps t , on a $\vec{OG} = x\vec{u}$. Par convention, on oriente le conducteur MN positivement de M vers N.

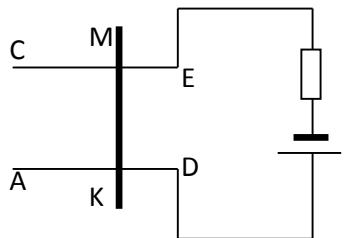
- a) Montrer qu'en tout point de la tige apparaît un champ électromoteur que l'on définira.
c) Déterminer l'expression algébrique de l'intensité i du courant induit dans le circuit MNPQ en fonction de B, R, I et de la vitesse $v = \dot{x}$. Le courant a-t-il toujours le même sens ?
d) Etablir l'expression de la force électromagnétique F qui s'exerce sur la tige MN en fonction de B, R, I et du vecteur vitesse $\vec{v} = x\vec{u}$.
- A partir du bilan des forces appliquées à la tige,
a) établir l'équation différentielle de son mouvement c'est-à-dire une relation entre \ddot{x} , \dot{x} et x et les constantes m , I , k , R et B .
b) Décrire qualitativement le mouvement de la tige. Quelle est l'influence d'une diminution de R sur ce mouvement ?
- En partant de l'expression de l'énergie mécanique totale de la tige à l'instant t : $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$. On peut montrer que la variation dE de E entre t et dt est $dE = -\frac{(BIV)^2}{R} dt$
a) Soit dW l'énergie dissipée par effet Joule pendant ce même intervalle de temps dt . Exprimer dW en fonction de B , I , R , V et dt . Comparer dE et dW . Conclure.
b) La tige s'arrête dans sa position d'équilibre après avoir effectué un certain nombre d'oscillations. Calculer l'énergie totale W dissipée par effet Joule pendant la durée du mouvement.
On donne $k=50N/m$, $X=0,2m$.



EXERCICE 6

On considère le montage ci-dessous. La tige de cuivre KM, de masse m , est homogène et de section constante. Elle est placée dans le champ magnétique uniforme \vec{B} , entrant par rapport au plan de la figure réparti sur une longueur L , et la tige est parcourue par un courant I . On admettra que la tige ne peut que glisser sans frottement sur les rails.

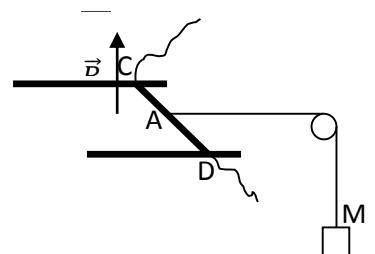
- 1) De quel angle α peut-on incliner les rails AD et CE et dans quel sens pour que la tige soit en équilibre dans les deux cas suivants :
 - a) \vec{B} reste perpendiculaire au plan des rails ?
 - b) \vec{B} reste vertical ?
- 2) On incline le plan des rails d'un angle $\alpha=30^\circ$ dans le sens défini à la question 1) a). \vec{B} reste perpendiculaire au plan des rails.
 - a) Quelle est la nature du mouvement de la tige KM ?
 - b) Calculer son accélération et sa vitesse $0,5\text{s}$ après la fermeture du circuit. On admettra que dans cette partie, la résistance du circuit est suffisamment élevée pour qu'on puisse négliger les phénomènes d'induction. On donne $B=0,5\text{T}$, $I=4\text{A}$; $m=20\text{g}$, $g=10\text{m/s}^2$ et $L=6\text{cm}$.



EXERCICE 7

Une tige conductrice CD homogène de masse $m = 20\text{g}$ peut glisser le long de 2 rails parallèles tout en restant perpendiculaire aux rails. Au cours de son déplacement, la tige CD se trouve soumise à un champ magnétique uniforme \vec{B} vertical orienté vers le haut. La tige CD est attachée en son milieu A et est reliée à un solide S de masse M par l'intermédiaire d'un fil inextensible de masse négligeable passant par une poulie. On donne $L = CD = 10\text{cm}$; $B=1\text{T}$; $g=10\text{m/s}^2$.

- 1) Le plan des rails est horizontal. Dans quel sens doit circuler le courant le courant d'intensité $I= 10\text{A}$ le long de la tige CD pour que celle-ci ne bouge pas ? Donner la valeur de la masse M du solide.
- 2) On incline le plan des rails d'un angle $\alpha = 10^\circ$ sur l'horizontale.
 - a) Le vecteur champ magnétique \vec{B} et le courant dans la tige CD demeure inchangés de même que la masse du solide. Déterminer la nature du mouvement que prend le centre d'inertie de la tige. Calculer son accélération et en déduire équation horaire, la vitesse initiale étant supposée nulle. On négligera le phénomène d'induction.
 - b) Le vecteur champ magnétique \vec{B} et la masse M du solide restant toujours inchangés, calculer la valeur du courant I pour que le mouvement du centre d'inertie de la tige soit rectiligne et uniforme.

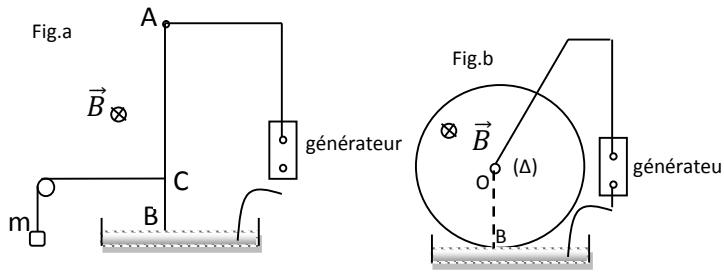


EXERCICE 8

Un fil de cuivre rigide (AB), rectiligne et homogène, de longueur L , est susceptible de se mouvoir dans un plan vertical autour d'un point A dans le plan de la figure. L'autre extrémité plongée dans une cuve à mercure, ce qui permet de maintenir le contact électrique avec un générateur de tension continue. L'intensité du courant électrique dans le circuit est supposée constante durant toutes les expériences et égale à I . Le dispositif est plongé dans un espace champ magnétique uniforme \vec{B} , horizontal et orthogonal au plan de la figure a. On néglige la longueur de la partie de la tige située dans le mercure et l'on admet, d'autre part que la droite d'action de la force électromagnétique passe par le milieu de la tige(AB).

- 1) Un fil très fin de nylon, horizontal est attaché en C à la tige (AB), à l'autre extrémité, on suspend une petite surcharge de masse m ; on suppose que la masse du fil est négligeable.
 - a) Quel doit être le sens du courant électrique dans (AB) pour que la tige puisse rester verticale ?
 - b) Déterminer la valeur de m .
On donne : $I=8\text{A}$; $B=2,3 \cdot 10^{-2}\text{T}$; $L = 12\text{cm}$; $\ell = AC = 8\text{cm}$.
- 2) On supprime le fil de nylon attaché en C. La tige (AB) s'écarte de sa position verticale d'un angle α pour atteindre une nouvelle position d'équilibre ; calculer α si la masse de la tige est $M=9,7\text{g}$.
- 3) On remplace la tige (AB) par une roue crantée en cuivre mobile autour d'un axe horizontal (Δ) perpendiculaire au plan de la figure b. Le dispositif est plongé dans le champ magnétique uniforme \vec{B} .

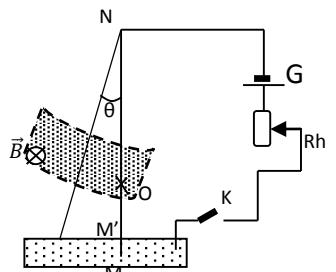
- a) Expliquer pourquoi, on observe un mouvement de rotation de la roue. Donner son sens.
- b) La vitesse de rotation de la roue est ω . Calculer la puissance \mathcal{P} développée par la roue si la force électromagnétique est supposée appliquée au milieu d'un rayon. On donne : rayon de la roue $R=6\text{cm}$; $\omega=2,5\text{tr/min}$; $I=8\text{A}$ et $B=2,3\cdot10^{-2}\text{T}$.



EXERCICE 9

On utilise le dispositif représenté à la figure ci-dessous. Une tige conductrice, homogène de longueur de longueur $NM=D=0,2\text{m}$, peut pivoter autour du point N, tout en restant dans un plan normal aux lignes de champ magnétique horizontales produites entre les branches de l'aimant. Elle s'incline d'un angle θ par rapport à la verticale quand un courant d'intensité I la traverse. La surface libre du mercure qui assure la continuité du circuit électrique, se trouve à la distance verticale $NM'=d$ de N. On admettra qu'une portion ℓ de la tige centrée sur O telle que $NO = \frac{2D}{3}$, est soumise au champ magnétique uniforme \vec{B} créé par l'aimant. Le champ magnétique \vec{B} est perpendiculaire à la tige quel que soit son inclinaison.

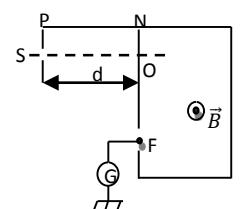
- Quelles forces s'exercent à l'équilibre sur le conducteur NM parcouru par le courant? La poussée du mercure sur la tige pourra être négligée. Faire un schéma soigné.
- Déterminer la valeur de l'angle θ dont a tourné la tige NM, dans les conditions suivantes : $I=10\text{A}$; $B=0,07\text{T}$; $\ell = 4\text{cm}$; sa masse par unité de longueur est $\mu=0,112\text{kg/m}$. On donne $g=10\text{m/s}^2$.
- Sachant que $NM'=d=19,4\text{cm}$, quelle est la plus grande valeur θ_1 que peut prendre l'angle d'inclinaison θ de la barre, le circuit restant fermé ? En déduire la valeur de l'intensité I qui permet d'obtenir une telle déviation, les autres conditions étant celles de la question 2)



EXERCICE 10

Dans tout le problème, les dispositifs sont dans le vide, les vitesses sont faibles devant la célérité de la lumière. On ne tiendra plus compte de la pesanteur. On donne $e=1,6\cdot10^{-19}\text{C}$.

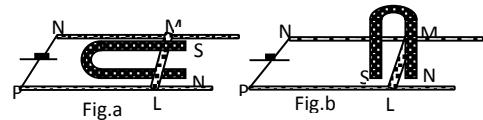
- On considère deux plaques P et N, conductrices, parallèles verticales et distantes de $d=10\text{cm}$. La tension entre les plaques est $V_P - V_N = 6\cdot10^4\text{V}$. une source émet des ions argent Ag^+ avec une vitesse nulle, au travers d'une fente S placée dans la plaque P.
 - Quelle est la nature du mouvement des ions Ag^+ entre-les deux plaques ?
 - Quelle est l'expression littérale de la vitesse des ions à leur arrivée en O sur la plaque N ?
 - L'argent est un mélange de deux isotopes $\text{Ag}(107)$ et $\text{Ag}(109)$. Calculer la vitesse de chaque ion isotope à son arrivée en O. Masse d'un proton = masse d'un neutron $\approx 1,66\cdot10^{-27}\text{kg}$.
- Les ions Ag^+ traversent en O la plaque N par une fente et sont alors soumis à un champ magnétique uniforme de vecteur \vec{B} normale à leur trajectoire. Montrer qu'ils sont animés d'un mouvement circulaire uniforme. Etablir l'expression du rayon de courbure R en fonction de e , U , B et de la masse m d'un ion. Calculer R pour chaque isotope si $B=1\text{T}$.
- A leur sortie du champ magnétique, les ions passent au travers d'une large fente et sont captés par un fil métallique F relié à la terre à travers un galvanomètre sensible G.
 - A quelle distance x de O faut-il placer le fil F pour recevoir respectivement les ions $^{107}\text{Ag}^+$ et $^{109}\text{Ag}^+$?
 - Pour les distances x précédentes, le galvanomètre indique les courants respectifs de $61,12\mu\text{A}$ et $58,38\mu\text{A}$. Quelle est la composition isotopique de l'argent ?



EXERCICE 11

Une tige cylindrique LM de poids $P=10\text{Mn}$ parcourue de L vers M par un courant d'intensité $I=10\text{A}$ repose sur deux rails initialement horizontaux. Un aimant en U crée un champ uniforme de valeur $B=40\text{mT}$ qui s'exerce sur une longueur $\ell = 5\text{cm}$ de tige.

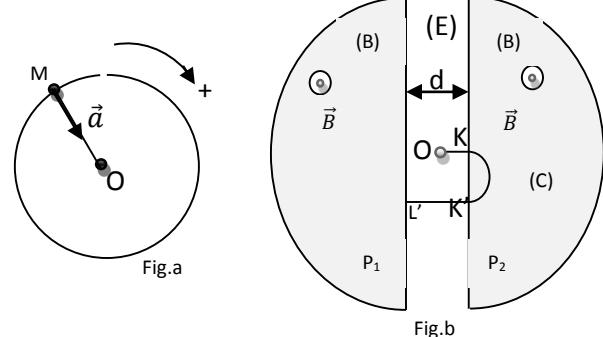
- 1) L'aimant est disposé comme l'indique la première figure (a) (branche nord en dessous).
 - a) Préciser les caractéristiques de la force de Laplace supposé appliquée au milieu de LM, agissant sur la tige. Quelle serait l'accélération initiale de la tige en l'absence des frottements ?
 - b) De quel angle α par rapport à l'horizontale faut-il incliner les deux rails PL et NM pour que la tige LM reste immobile :
 - Quand les branches de l'aimant restent horizontales ?
 - Quand elles restent parallèles aux rails ?
- 2) Que se produit-il si l'on adopte la disposition indiquée par la figure b ?



EXERCICE 12

Soit un mobile M de masse m_1 dont la trajectoire est un cercle de centre O, de rayon R (fig.a). Il possède un vecteur accélération \vec{a} , passant par O tout au cours de son déplacement.

- 1) Exprimer :
 - a) La force totale \vec{F} à laquelle il est soumis en tout point de sa trajectoire.
 - b) Etablir en utilisant les composantes de l'accélération \vec{a} dans la base de Frenet, que le mouvement de M est uniforme.
 - c) En déduire que l'accélération \vec{a} a une valeur constante.
- 2) Une particule de masse m_2 et de charge q, pénètre en C avec une vitesse négligeable dans un espace (E) où règne un champ électrique (fig.b). Cet espace est limité deux grilles planes P_1, P_2 assimilables à deux plaques métalliques distantes de d ; on applique entre ces plaques une tension électrique $U=V_1-V_2$ positive. La particule se déplace de C en K où elle arrive avec une vitesse V_0 .
 - a) l'action de la pesanteur est négligeable. Quel est le signe de la charge q ? Exprimer l'accélération a de la particule en fonction de m_2 , q et E. En déduire la nature du mouvement entre C et K. Exprimer et calculer l'énergie cinétique de la particule en K. On donne : $V_0 = 10^6\text{m/s}$; $m_2 = 1,67 \cdot 10^{-27}\text{kg}$.
 - b) De part et d'autre de P_1 et P_2 s'étend un espace (B) où règne un champ magnétique uniforme et constant \vec{B} perpendiculaire au plan de la figure b. La particule pénètre au point K dans (B) avec la vitesse V_0 précédente. Elle décrit alors une trajectoire circulaire (C). Exprimer l'accélération \vec{a} en fonction de m_2 , B et V en un point quelconque de (C). Comparer les directions de \vec{a} et \vec{V} . Et en déduire en utilisant les résultats du 1.b) que le mouvement est uniforme. Quelle est l'énergie cinétique de la particule en K' ? Quel est le rôle du champ B ?
 - c) Pendant que la particule était dans l'espace (B), le signe de la tension U a changé. La particule est alors animée d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré, de trajectoire K'L'. Calculer son énergie cinétique en L' (en Joule et en électrons-volt).



CHAPITRE 4

LES OSCILLATIONS

A- LES OSCILLATIONS MECANIQUES

A- LES OSCILLATIONS MECANIQUES

EXERCICE 1

On dispose d'un pendule élastique horizontale non amorti. Le ressort a une raideur $k=10\text{N/m}$ et le solide S fixé à l'extrémité mobile a une masse $m=0,1\text{kg}$. L'abscisse x du centre d'inertie G de S est repérée par rapport au point O, position de G à l'équilibre. On écarte S de sa position d'équilibre et on le lâche. A l'instant $t=0$ choisi comme origine des dates, son abscisse est $x_0=+2\text{cm}$ et sa vitesse $V_0 = -0,2\text{m/s}$.

- 1) Déterminer ω_0 , T_0 et f_0 .
- 2) Donner l'équation horaire du mouvement et la vitesse ;
- 3) Calculer à l'instant $t=6\text{s}$ la position et la vitesse de G.

EXERCICE 2

Un solide de masse $M=550\text{g}$ est suspendu à un ressort vertical à spires non jointives ; celui-ci s'allonge, dans ces conditions, d'une longueur $x_0=9,5\text{cm}$.

1. Calculer la raideur k du ressort.
2. Calculer la période propre des oscillations de ce pendule élastique.
3. a. Calculer la vitesse maximale du solide sachant qu'il est lâché sans vitesse lorsque l'allongement du ressort vaut $x_1=12,5\text{ cm}$.
4. Calculer son accélération maximale.

Exercice 3

On constitue un pendule élastique vertical avec un ressort de raideur $k=20\text{N/m}$ et un solide S de masse $M=150\text{g}$. Tous les frottements sont négligeables.

A partir de la position d'équilibre, on écarte le solide S de $X_m=6\text{cm}$ vers le bas et on le lâche sans vitesse initiale.

- 1) En prenant l'énergie potentielle de pesanteur nulle à la position d'équilibre G_0 , calculer l'énergie mécanique du système ressort-solide S. On donne $g=9,8\text{m/s}^2$.
- 2) En déduire la vitesse du solide S lorsque son centre d'inertie G passe en G_0 . Que peut-on dire de cette vitesse ?

Exercice 4

Un pendule élastique est constitué d'un solide S de masse M accroché à l'une des extrémités d'un ressort de masse négligeable et de raideur $K=50\text{N/m}$. L'autre extrémité du ressort est fixe. Le solide S glisse sans frottement sur un plan horizontal. Ecarté de sa position d'équilibre puis lâché sans vitesse, le solide effectue des oscillations sinusoïdales. La position du centre d'inertie G du solide est repérée à chaque instant par son abscisse $x=OG$ sur un axe horizontal $x'OG$ dont l'origine O coïncide avec la position G à l'équilibre.

- 1) Etablir l'équation différentielle du mouvement ;
- 2) Déterminer l'amplitude X_m et la période T des oscillations sachant que G se déplace sur une longueur de 4cm et $M=200\text{g}$.
- 3) Ecrire l'équation horaire du mouvement de S en prenant l'instant initial, le moment où S est lâché.
- 4) Calculer l'intensité des forces appliquées sur S à $t=0,2\text{s}$ et les représenter.

Exercice 5

Un pendule élastique horizontal de masse $m=450\text{g}$, oscille autour de sa position d'équilibre. L'amplitude de mouvement est $X_m=4,8\text{cm}$ et la raideur du ressort vaut $k=35\text{N/m}$.

- 1) Calculer l'énergie mécanique de l'oscillateur
- 2) Calculer la vitesse maximale acquise par le pendule élastique lorsque celui-ci oscille. Dans quelle position l'observe-t-on ?

EXERCICE 6

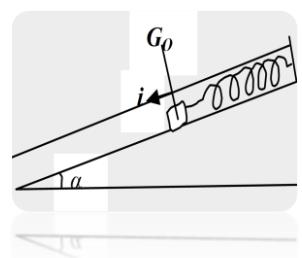
Un ressort R de masse négligeable et à spires non jointives est accroché à l'une de ses extrémités A, au bâti d'une table. Celle-ci est inclinée par rapport au plan horizontal d'un angle $\alpha=25^\circ$.

A l'autre extrémité B du ressort est accroché un solide autoporteur S dont la masse vaut $M=570\text{g}$.

La longueur du ressort à vide vaut $\ell_0 = 16\text{cm}$.

Lorsque le solide S est accroché en B, la longueur du ressort à l'équilibre devient $\ell = 29,6\text{ cm}$.

- 1) Calculer la raideur K du ressort

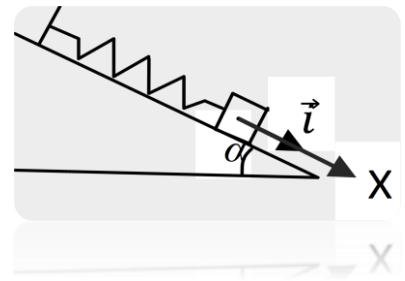


- 2) On tire le solide autoporteur d'une longueur $a=7\text{cm}$ vers le bas et on le lâche sans vitesse à l'instant $t = 0$. On prend comme origine spatiale la position G_0 du centre d'inertie G du solide S à l'équilibre. L'abscisse x de G à l'instant t sera déterminée sur l'axe (O, i).
 - a) Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement.
 - b) Calculer la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur.
 - c) Donner l'équation horaire du mouvement du solide S .
- 3) Calculer l'énergie mécanique de l'oscillateur. L'énergie potentielle de pesanteur sera conventionnellement prise égale à zéro, pour le solide S , dans sa position d'équilibre.

Exercice 7

Sur un plan incliné d'angle α par rapport à l'horizontale, on dispose un ressort R de masse négligeable, de constante de raideur K et de longueur à vide ℓ_0 , fixé par l'une de ses extrémités à un point A d'une butée fixe. A son extrémité, on accroche un solide S de centre d'inertie G pouvant glisser sans frottement le long de la ligne de plus grande pente du plan incliné. On donne: $m=500\text{g}$; $g=10\text{N/kg}$; $\alpha=30^\circ$; $k=20\text{N/m}$.

- 1) Supposons que O est la position de G lorsque le solide S est au repos. Déterminer en fonction de k , m , g et α l'allongement $\Delta\ell_0$ du ressort lorsque S est au repos.
- 2) Calculer $\Delta\ell_0$.
- 3) On écarte S de sa position d'équilibre de $x_m=6\text{m}$, puis on le libère avec une vitesse initiale nulle. Sachant que l'axe du ressort reste parallèle à la ligne de plus grande pente du plan incliné.
 - a) Etablir l'équation différentielle du mouvement de S .
 - b) En déduire la période des oscillations du système ;
 - c) Ecrire dans le repère (o,x) l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie G de S en prenant comme origine des dates l'instant de début des oscillations.



Exercice 8

Sur un plan incliné d'un angle α par rapport au plan horizontal, on dispose un ressort R de masse négligeable et de constante de raideur k , de longueur à vide ℓ_0 , fixé par une de ses extrémités à un point A d'une butée fixe. A son autre extrémité, se trouve un petit solide de masse m , de centre d'inertie G , pouvant glisser sans frottements le long du plan incliné.

1) Quand S est au repos, la longueur du ressort est ℓ et G est en O . Déterminer, lorsque S est au repos, l'expression de l'allongement du ressort en fonction de k , m , g et α . A.N : $k=10\text{N/m}$; $m=100\text{g}$; $g=10\text{N/kg}$; $\alpha=30^\circ$.

2) En tirant sur le ressort de façon que son axe demeure toujours parallèle à une droite de plus grande pente du plan incliné, on écarte S de sa position d'équilibre de $x_0=8\text{cm}$. Puis on le libère en le lançant vers le haut avec une vitesse $v=0,3\text{m/s}$. Des oscillations prennent alors naissance.

- a) déterminer l'énergie mécanique totale du système (ressort R + Solide S + Terre) à un instant t pendant les oscillations. On prendra l'énergie potentielle de pesanteur nulle au point O .
- b) En déduire l'équation différentielle du mouvement et écrire l'équation horaire du mouvement de centre d'inertie G de S , dans le repère (o,i) , l'instant du début des oscillations étant pris comme origine des temps.

Exercice 9 .Bac "D" 2003

Un ressort de raideur k à spire non jointive et de masse négligeable est enfilé sur une tige horizontale (T) dont il est solidaire en son extrémité A . L'autre extrémité B du ressort est lié à un solide S supposé ponctuel et de masse m . L'ensemble ressort +solide S coulisse sans frottement sur la tige (T).

On oriente l'axe x' comme indiqué sur la figure et on choisit comme origine O de l'axe la position d'équilibre du solide S . S est écarté de sa position d'équilibre suivant la direction x' et lâché sans vitesse initiale. Il passe en O à l'instant pris comme origine des temps avec un vecteur vitesse dirigé de O vers A . $v = -v_0 i$. i étant le vecteur unitaire qui oriente l'axe x' . On donne : $v_0=0,164\text{m/s}$; $k=10\text{N/m}$; $m=0,16\text{kg}$; $x_0=2\text{cm}$.

- 1) Etablir l'équation différentielle du mouvement de (S).
- 2) Etablir l'expression de la pulsation propre ω_0 de ce mouvement. Calculer sa valeur numérique. Ecrire l'équation horaire $x(t)$ du mouvement de S
- 3) Déterminer les valeurs des constantes X_m et φ et écrire l'équation horaire $x(t)$ du mouvement de S .
- 4) Calculer $x(t)$ à $t=2\text{s}$.
- 5) Exprimer l'énergie mécanique du système en fonction de K et X_m . Calculer la valeur de E_m .



Exercice 10. Bac "D" 2011

On dispose d'un pendule élastique horizontal non amorti. Le ressort a une raideur $k=10\text{N/m}$ et le solide S est fixé à l'extrémité mobile du ressort a une masse de $0,1\text{kg}$. L'abscisse X du centre d'inertie G du solide est repérée par rapport au point O, position de G à l'équilibre.

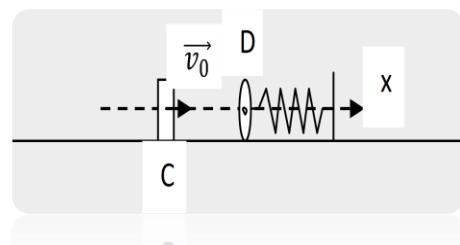
On écarte le solide S de sa position d'équilibre et on le lâche. A l'instant $t = 0$ choisi comme origine des dates, son abscisse $X_0 = 2\text{cm}$ et sa vitesse $V_0 = -0,2\text{m/s}$.

- 1) Déterminer la pulsation propre ω_0 , la période propre T_0 et la fréquence propre f_0 .
- 2) Donner l'équation horaire du mouvement. Déterminer la vitesse en fonction du temps.
- 3) Déterminer les énergies cinétique et potentielle du pendule, en déduire son énergie totale. Conclure.

Exercice 11

Une extrémité d'un ressort d'axe horizontal $x'x$ de raideur k et de masse négligeable est fixée à une butée(E) (Fig.7). L'autre extrémité, solidaire d'un disque (D) de masse M , peut se déplacer sans frottement d'un mouvement de translation horizontale tel que son centre décrive l'axe $x'x$ orienté comme l'indique la figure ci-dessous.

1. Montrer que si on déplace (D) vers la droite à partir de sa position d'équilibre d'une distance a et si on le lâche sans vitesse initiale, il sera animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal dont déterminera la période propre et l'équation horaire. On choisit comme origine d'abscisses x sur l'axe $x'x$ la position d'équilibre et comme origine des dates l'instant du lâcher. $M=0,72\text{kg}$; $k = 90\text{N/m}$; $a = 2\text{cm}$.
2. Le palet (s) de masse $m = 0,18\text{kg}$ est lancé en C suivant l'axe $x'x$ avec la vitesse $v_c = 5\text{m/s}$. Les frottements sont négligeables.
 - a) En admettant que le palet se colle au disque (D) initialement au repos, au moment du choc et, en exprimant la conservation de la quantité de mouvement, calculer la vitesse de l'ensemble (palet + disque) juste après le choc.
 - b) L'ensemble (palet + disque) est ensuite animé d'un mouvement rectiligne uniforme dont on demande de calculer la pulsation propre et l'amplitude.



EXERCICE 12

- 1) On réalise le montage de la figure 1-a suivante avec un solide S de masse $m=120\text{g}$ et un ressort R de raideur $K = 13,2\text{N.m}^{-1}$.
 - a) Etablir l'équation différentielle du mouvement des oscillations verticales de cet oscillateur.
 - b) Que vaut sa période propre T_0 ?
- 2) On réalise maintenant le montage de la figure b avec le même solide S et deux ressorts R identiques.
 - a) Etablir l'équation différentielle du mouvement des oscillations verticales de ce nouvel oscillateur.
 - b) Soit T'_0 sa période propre ; rechercher la relation qui lie T'_0 et T_0 .

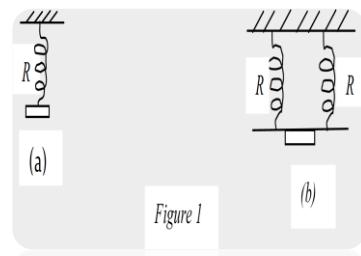


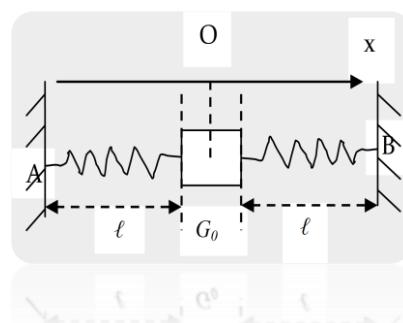
Figure 1

Exercice 13

Deux ressorts identiques de masse négligeable sont accrochés à un solide autoporteur S qui repose sur une table parfaitement plate et horizontale. Les deux ressorts sont fixés en A et B aux extrémités de la table.

On tire le solide S suivant la droite AB d'une distance $d = 12,5\text{ cm}$ et on le lâche sans vitesse.

- On donne:
- Masse du solide autoporteur $M=560\text{g}$
 - Longueur à vide des ressorts $\ell_0=15\text{ cm}$;
 - Longueur des ressorts lorsqu'ils sont accrochés à S : $\ell = 30\text{cm}$;
 - Raideur d'un ressort $K= 7,2\text{N.m}^{-1}$.
- 1) Etablir l'équation différentielle du mouvement ;
 - 2) Calculer la période des oscillations du solide S ;
 - 3) Calculer sa vitesse maximale ;
 - 4) Calculer l'énergie mécanique de l'oscillateur.

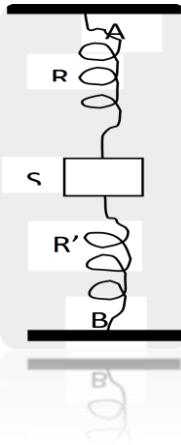


Exercice 14

Un oscillateur est constitué de deux ressorts R et R' et d'un solide S de masse $m=160\text{g}$. L'extrémité supérieure de R est accrochée à un point fixe à A , l'extrémité inférieure, au solide S . L'extrémité supérieure de R' est accrochée à S , l'extrémité inférieure à un point fixe B situé sur la même verticale que A (voir fig.8) ; la distance AB est telle que les deux ressorts sont toujours tendus au cours du mouvement de l'oscillateur.

On donne : raideur de R : $k=50\text{N/m}$; raideur de R' : $k'=40\text{N/m}$; $g=10\text{m/s}^2$.

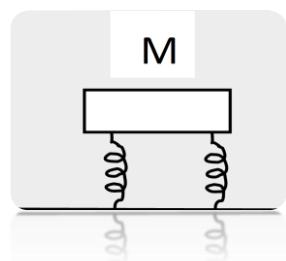
- 1) A l'équilibre le ressort R est allongé de $b=8\text{cm}$, quel est l'allongement b' de R' ?
- 2) On tire légèrement S vers le bas ; on l'abandonne sans vitesse. S prend un mouvement de translation verticale. Montrer que l'oscillateur est harmonique et calculer sa période. Les frottements sont négligeables.



Exercice 15

La remorque d'un véhicule au repos peut être assimilée au dispositif ci-contre : un solide de masse $M=500\text{kg}$ reposant par l'intermédiaire de deux ressorts identiques de raideur K sur une barre représentant l'axes des roues de la remorque.

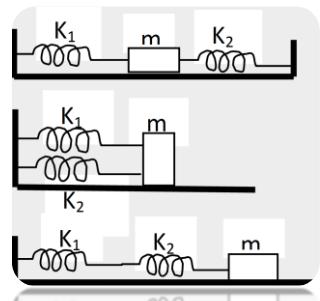
- 1) En admettant que, sous l'action du solide de masse M , les deux ressorts verticaux sont comprimés de $\Delta\ell = 15\text{cm}$, quelle est la raideur de chaque ressort ?
- 2) Lorsque l'on charge la remorque, cela revient à augmenter M de $m=50\text{kg}$. Chaque ressort est alors comprimé d'une même quantité supplémentaire x_0 .
 - Calculer x_0
 - A l'instant $t = 0$, la charge m est enlevée. Etablir l'équation différentielle du mouvement de translation de la masse M en prenant un axe x' orienté vers le bas. Calculer la période propre T_0 des oscillations. L'origine O sur x' sera prise à la position d'équilibre correspondant à la question 1.
- 3) On installe deux amortisseurs fluides qui exercent chacun une force opposée au déplacement et proportionnelle à la vitesse (frottement visqueux). Donner l'allure de la courbe représentant l'équation horaire $x = f(t)$ du mouvement vertical oscillatoire de la remorque. Y a-t-il d'autres régimes possibles ; l'un d'eux est-il plus intéressant que l'autre ?



Exercice 16

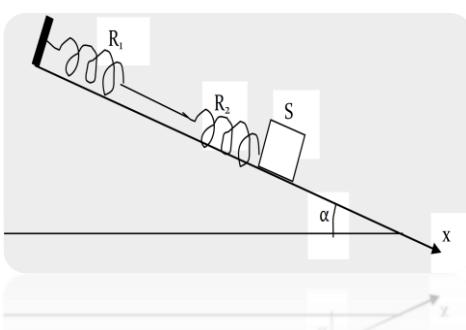
Dans les trois systèmes masse –ressorts suivants (fig.9), un solide S de masse m , écarté de sa position d'équilibre, oscille librement sous l'action de deux ressorts de constante de raideur K_1 et K_2 .

- Les ressorts sont placés de part et d'autre du solide
 - Les ressorts sont placés du même côté, l'un au dessus de l'autre ;
 - Les ressorts sont placés l'un à la suite de l'autre.
- 1) Appliquer dans chaque cas le théorème du centre d'inertie et déterminer l'équation différentielle du mouvement du solide ;
 - 2) Donner dans chaque cas l'expression de la période propre des oscillations en fonction de m , K_1 , et K_2 .
 - 3) a) Déterminer la constante de raideur K équivalente à chacun des systèmes précédents en fonction de K_1 et K_2 .
 - En déduire la raideur équivalente K dans chacun des cas si le système était constitué de n ressorts identiques de raideur k .



Exercice 17 : Dans tout l'exercice on suppose que les frottements sont négligeables. Deux ressorts R_1 et R_2 de raideurs respectives K_2 et K_1 , de longueur à vide l_{01} et l_{02} et de masse négligeable sont disposés comme dans la figure ci-contre. On déplace le solide S de masse $m=10\text{g}$ vers le bas d'une distance $d=5\text{cm}$ et on le lâche sans vitesse initiale.

- 1) A un instant t , donner l'expression des allongements X_1 et X_2 des deux ressorts en fonction de K_1 , K_2 et du déplacement X de S .
- 2) Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement de S . Quelle est la nature de son mouvement ?
- 3) Le solide S effectue 5 oscillations en $1,49\text{s}$.
 - Déterminer l'équation horaire du mouvement
 - Donner la représentation graphique de $X=f(t)$ sur deux périodes.
- 4) La raideur du ressort R_2 est $K_2=50\text{N/m}$. Calculer la raideur K_1 du ressort R_1 .
- 5) Calculer l'énergie mécanique d'oscillation du système ressort-solide sachant que l'allongement total des ressorts à l'équilibre est $X_0=d/2$.



Exercice 18

Un solide S de masse $m = 0,45\text{Kg}$ est assujetti à se déplacer sans frottement sur une tige horizontale. Il est accroché à l'extrémité d'un ressort sans masse, de raideur $K=8,5\text{N.m}^{-1}$ à spire non jointive dont l'autre extrémité est fixe. La position du centre de gravité G de S est repérée par son abscisse x sur un repère d'origine O. O est la position d'équilibre. On écarte S de sa position d'équilibre et on le lâche sans vitesse.

- 1) Faire le bilan des forces sur S et retrouver l'équation différentielle du mouvement par la méthode dynamique. L'oscillateur est-il harmonique ?
- 2) Calculer l'amplitude X_m du mouvement sachant que l'énergie mécanique du système vaut $E=1,25 \cdot 10^{-2}\text{J}$.
- 3) Ecrire l'équation horaire du mouvement sachant qu'à l'instant $t=0$, l'abscisse de G est $x=+X_m$;
- 4) Exprimer l'énergie cinétique E_c ainsi que l'énergie potentielle élastique E_{Pe} à l'instant t quelconque en fonction de E, de la période propre T_0 et de la date t.
- 5) Compléter alors le tableau suivant :

T	0	$T_0/8$	$T_0/4$	$3T_0/8$	$T_0/2$	$5T_0/8$	$3T_0/4$	$7T_0/8$	T_0
E_{Pe}									
E_c									

- 6) Tracer les courbes de variation de $E_c(t)$, $E_{Pe}(t)$ et E sur l'intervalle $0 \leq t \leq T_0$.
- 7) A partir de ce tracer, décrire les conversions de l'énergie dans ce mouvement.

Exercice 19

On accroche à l'extrémité inférieure d'un ressort vertical de masse négligeable de longueur à vide $l_0=12\text{cm}$ et de raideur K, une masse marquée S de valeur $m=100\text{g}$. A l'équilibre, sa longueur vaut $l=15\text{cm}$.

- 1) a) Représenter les forces qui s'exercent sur S à l'équilibre
d) déterminer l'allongement x_0 du ressort à l'équilibre et en déduire la raideur K.
- 2) S est tiré verticalement vers le bas d'une distance $X_m=2\text{cm}$ et abandonné sans vitesse initiale à la date $t=0$.
 - a) En utilisant la méthode dynamique, établir l'équation différentielle du mouvement de S et en déduire son équation horaire sachant qu'à la date $t=0$, l'abscisse de G est $x=+X_m$.
 - b) déterminer la période propre T_0 du mouvement.
 - c) Calculer l'énergie mécanique du système ressort-solide S.
- 3) On immobilise le système à l'équilibre et un dispositif approprié lui communique à $t=0$, une vitesse $V_0=0,2\text{m/s}$ vers le bas. Ecrire l'équation horaire du mouvement.
- 4) A partir de la position d'équilibre, S est tiré verticalement vers le bas d'une distance $d=2\text{cm}$ et abandonné vers le haut avec une vitesse $V_0=0,2\text{m/s}$ grâce au même dispositif. Ecrire l'équation horaire.
- 5) Montrer qu'on peut retrouver l'équation différentielle du mouvement du solide S à partir de l'énergie mécanique à la date t en fonction de \dot{x} et x .

Exercice 20

On réalise un pendule élastique oblique en disposant sur un plan incliné d'un angle $\alpha=30^\circ$ par rapport à l'horizontale, un ressort sans masse de constante de raideur K et de longueur à vide $l_0=20\text{cm}$. On accroche au ressort un solide de masse $m=0,5\text{kg}$. Sa longueur à l'équilibre devient alors $l=32,25\text{cm}$.

- 1) Calculer la raideur K du ressort.
- 2) On tire S d'une longueur $d=6\text{cm}$ vers le bas et on le libère sans vitesse initiale à la date $t=0$. S oscille alors sans frottement le long de la ligne de plus grande pente. On prend comme origine des espaces la position d'équilibre où le centre G de S est en O.
 - a) Etablir l'équation différentielle du mouvement de S.
 - b) Calculer la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur.
 - c) Donner l'équation horaire du mouvement.

Exercice 20

On étudie un pendule élastique formé d'un mobile autoporteur qui se déplace sans frottement sur un plan horizontal. Ce mobile est accroché sur un ressort dont l'autre extrémité est liée à un point fixe. Un dispositif approprié permet de mesurer en temps réel l'abscisse x du centre d'inertie G du solide à partir de la position d'équilibre. Ce dispositif a permis d'établir le tableau ci-dessous.

t(ms)	0	172	344	516	688	860	1032	1204	1376	1548	1720
X(cm)	-8,1	-5,7	0	+5,7	+8,1	+5,7	0	-5,7	-8,1	-5,7	0

A partir de ce tableau et de vos connaissances, répondre aux questions suivantes :

- 1) Tracer le graphe $x=f(t)$. Quelle est la nature du mouvement ?
- 2) Déterminer à l'aide du graphe, l'amplitude du mouvement, la période T du pendule et en déduire sa pulsation propre ;
- 3) Ecrire l'équation horaire du mouvement sous la forme $x=X_m \cos(\omega t + \varphi)$.
- 4) La masse du solide est de 150g ; déterminer graphiquement l'instant au bout duquel le mobile passe pour la première fois par la position d'équilibre. En déduire à cet instant sa vitesse, son énergie cinétique et son énergie mécanique. On prendra l'origine des énergies potentielles à cette position.
- 5) Donner l'expression de l'énergie mécanique du système lorsque le mobile passe par le point d'elongation maximale X_m . En déduire des 2 positions, la valeur de la constante de raideur K du ressort.
- 6) Retrouver ce résultat en utilisant la période T du pendule.

Exercice 21 (Dew p.103)

Un pendule de torsion est constitué d'une tige rigide homogène AB suspendue par son centre à un fil de torsion de constante C . On écarte la tige de sa position d'équilibre d'un angle $\pi/3$ rad et on l'abandonne sans vitesse initiale. On constate que la durée de 10 oscillations est de 20s.

- 1) Déterminer la nature du mouvement de la tige et écrire son équation dans un repère fixe.
- 2) Calculer la constante de torsion sachant que le moment d'inertie de la tige est $J_\Delta = 2,25 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$.

Exercice 22

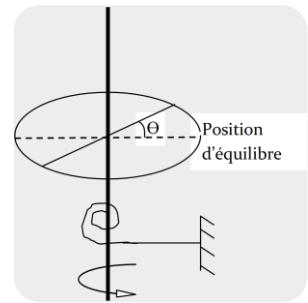
Un pendule de torsion est formé par une tige rectiligne homogène horizontale de masse $m = 240\text{g}$ et de longueur 40cm, au milieu de laquelle est fixée l'extrémité libre d'un fil d'acier vertical et sans masse. On écarte la tige d'un angle $\Theta_m = 30^\circ$ dans le plan horizontal à partir de sa position d'équilibre et on l'abandonne sans vitesse à la date $t = 0$. Elle effectue 10 oscillations en 20s.

- 1) Déterminer par une méthode dynamique l'équation différentielle du mouvement et en déduire son équation horaire.
- 2) Donner l'expression de la période propre T_0 de ce pendule en fonction de la constante de torsion C du fil et du moment d'inertie J_Δ de la tige puis en déduire la valeur de C . On rappelle que le moment d'inertie d'une tige homogène de masse m et de longueur l par rapport à un axe Δ passant perpendiculairement par son milieu est $J_\Delta = ml^2/12$.
- 3) Calculer l'énergie mécanique de ce pendule.
- 4) A chaque extrémité de la tige, on fixe une surcharge de très petites dimensions de masse m' . Dix oscillations durent maintenant 24s. Déterminer la valeur de m' .

Exercice 23

Le ressort spiral d'une montre entraîne un balancier ayant la forme d'une roue de moment d'inertie J_Δ par rapport à son axe de rotation Δ . Le ressort spiral est initialement détendu. Il se comporte comme un fil de torsion de constante C . On écarte le balancier d'un angle $\Theta_m = 20^\circ$ et on le lâche sans vitesse.

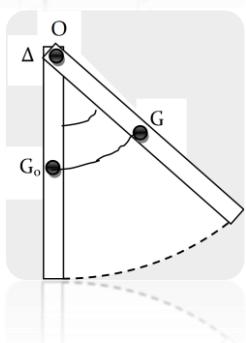
- 1) Ecrire l'équation horaire $\Theta(t)$ du mouvement du balancier en fonction de C , Θ_m et J_Δ ;
- 2) Donner l'expression de la période propre T_0 . Cette période dépend-elle de Θ_m ?
- 3) La durée de 20 oscillations est 40s. Calculer J_Δ sachant que $C = 5 \cdot 10^{-6} \text{ N.m.rad}^{-1}$.



Exercice 24

Une tige homogène de masse $m = 300\text{g}$, de longueur $l = 1\text{m}$, mobile autour d'un axe (Δ) passant par une de ses extrémités supérieure O est écartée d'un angle $\Theta_m = 30^\circ$ et abandonnée sans vitesse initiale. Il oscille dans un plan vertical. Les frottements au niveau de l'axe sont négligeables.

- 1) Montrer que dans ce cas, le pendule pesant ainsi constitué, n'est pas un oscillateur harmonique.
 - 2) Donner l'expression de son énergie mécanique lorsqu'elle décrit un angle Θ par rapport à la verticale dans son mouvement.
 - 3) Dans le cas particulier des oscillations de faibles amplitudes, en déduire l'équation différentielle du mouvement du pendule et donner l'expression de son énergie mécanique.
- On rappelle que pour Θ très petit, $\sin \Theta \simeq \Theta$ et $\cos \Theta = 1 - \Theta^2/2$ et $J_\Delta = ml^2/3$.

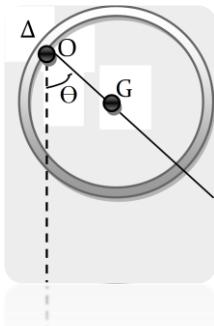


Exercice 25

Un cerceau homogène en bois de masse m et de rayon R est mobile autour d'un axe Δ . Son moment d'inertie par rapport à Δ est $J_\Delta = 2m \cdot R^2$. On donne $R=25\text{cm}$, $m=1,2\text{kg}$ et $g=10\text{m/s}^2$.

La position du cerceau est repérée par l'angle Θ entre la verticale passant par O et le rayon OG . L'amplitude des oscillations est $\Theta_m=10^\circ$.

- 1) Etablir l'équation différentielle du mouvement du cerceau et en déduire l'équation horaire $\Theta = f(t)$ ainsi que la fréquence propre f_0 des oscillations de faible amplitude.
- 2) Déterminer la vitesse angulaire du cerceau au passage par la position d'équilibre.
- 3) On soude une bille ponctuelle de masse $m'=100\text{g}$ en un point M diamétralement opposé à O . On fait osciller l'ensemble avec une amplitude de 10° comme précédemment. Donner la nouvelle fréquence propre f'_0 .



Exercice 26

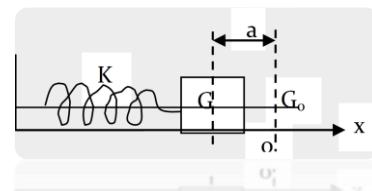
Un pendule simple est constitué d'une boule ponctuelle de masse m suspendue à un fil inextensible de masse négligeable, de longueur $l=0,8\text{m}$. On écarte la boule d'un angle de 9° et on l'abandonne sans vitesse initiale.

- 1) Faire le bilan de forces qui s'exercent sur la boule.
- 2) Etablir l'équation différentielle du mouvement de ce pendule de deux façons différentes (en écrivant la relation fondamentale de la dynamique d'un solide en rotation autour d'un axe et ensuite en appliquant le théorème du centre d'inertie dans le repère de Frenet).
- 3) Donner les expressions de la période propre T_0 et la fréquence propre f_0 du pendule simple.
- 4) Calculer T_0 et f_0 en prenant $g=9,8\text{m.s}^{-2}$.

Exercice 27

Un solide de masse $M=200\text{g}$ peut glisser sans frottement le long d'un axe (Oi) horizontal. Ce solide est attaché à un ressort dont la raideur vaut $k=26\text{N.m}^{-1}$; l'autre extrémité du ressort est fixée rigidement.

- 1) Etablir l'équation différentielle caractérisant le mouvement
- 2) On tire le solide à partir de sa position d'équilibre, d'une longueur $a=11,2\text{cm}$ et on le lâche sans vitesse.
 - a) Calculer la pulsation propre de l'oscillateur.
 - b) Donner l'équation horaire du mouvement en précisant bien les origines spatiale et temporelle utilisées
 - c) Déterminer la position du centre d'inertie G du solide pour chacun des instants suivants : $T_0/4, T_0/2, 3T_0/4$ et T_0 .
 - d) Calculer l'énergie du système
- 3) a) Calculer la vitesse maximale du solide ;
b) calculer la valeur de la vitesse du solide lorsque celui-ci est déplacé par rapport à sa position d'équilibre d'une longueur $b=5\text{cm}$.
- 4) a) calculer l'accélération maximale du solide ;
b) calculer la valeur de l'accélération du solide lorsque celui-ci est déplacé d'une longueur $c=7\text{cm}$ par rapport à sa position d'équilibre.



Exercice 28

Un solide de masse $M=450\text{g}$ est suspendu à l'extrémité d'un ressort vertical dont l'autre extrémité est fixe (Fig. 14). La constante de raideur du ressort vaut $K=28\text{N/m}$.

- 1) Etablir l'équation différentielle caractérisant le mouvement ;
- 2) A partir de la position d'équilibre du solide, on le tire verticalement vers le bas d'une longueur $a=8\text{cm}$. On le lâche sans vitesse initiale.
 - a) Calculer la puissance propre de l'oscillateur.
 - b) Donner l'équation horaire du mouvement du solide, en précisant bien les origines spatiale et temporelle utilisées.
- 3) a) calculer la vitesse maximale du solide
b) calculer la valeur de la vitesse du solide lorsque celui-ci est déplacé par rapport à sa position d'équilibre d'une longueur $b=5\text{cm}$.
- 4) a) Calculer l'accélération maximale du solide
b) calculer la valeur de l'accélération du solide lorsque celui-ci est déplacé d'une longueur $c=4\text{cm}$ par rapport à sa position d'équilibre.
- 5) Calculer la vitesse maximale du solide lorsque l'allongement initiale du ressort vaut $x_0=15,5\text{cm}$.

Exercice 29 (EURIN-GIE)

L'équation horaire du mouvement d'un oscillateur mécanique rectiligne sinusoïdal est donnée par la relation : $x = 3 \cos\left(20t + \frac{\pi}{4}\right)$ avec x en cm et t en (s)..

- 1) Quelles sont la période, la fréquence et l'amplitude des oscillations.
- 2) Exprimer la vitesse et l'accélération de l'oscillateur à chaque instant ;
- 3) Calculer les amplitudes de la vitesse et de l'accélération ;
- 4) Calculer la vitesse et l'élargissement aux dates t=0 et t=4s.
- 5) Exprimer les énergies $E_c(t)$, $E_p(t)$ à l'instant t puis en déduire l'énergie mécanique du système sachant que la masse est égale à 0,1kg.

Exercice 30

Un oscillateur harmonique est constitué d'un ressort de masse négligeable suspendu à un point fixe A auquel est accroché un solide ponctuel S de masse m=200g et de centre d'inertie G.

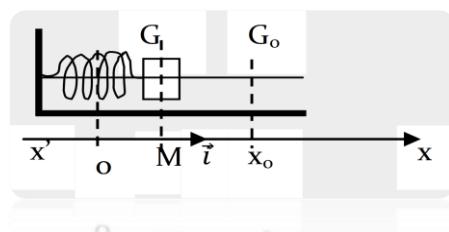
- 1) La longueur à vide du ressort est $l_0=20\text{cm}$. Quand on accroche le solide S, le ressort s'allonge de 8cm. On prendra $g=10\text{m/s}^2$.
 - a) Ecrire la condition d'équilibre de la masse dans le champ de pesanteur ;
 - b) Calculer la constante de raideur k du ressort.
- 2) On tire le solide S verticalement vers le bas en donnant un allongement supplémentaire $a=2\text{cm}$ au ressort. On lâche ensuite le solide sans vitesse initiale.
 - a) Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le solide S.
 - b) On prendra comme origine des déplacements, la position d'équilibre du ressort avec le solide accroché. L'axe vertical (O,j) est orienté positivement vers le bas.
 - Etablir l'équation différentielle du mouvement
 - Déterminer l'équation horaire $y(t)$.

Exercice 31

Un solide S de masse m et de centre d'inertie G, est enfilé sur une tige horizontale AC, le long de laquelle il peut coulisser sans frottement. Le solide S est accroché à l'une des extrémités d'un ressort R, à spires non jointives, de raideur k. L'autre extrémité du ressort est fixée à un support fin en un point A (Fig.16). On néglige la masse du ressort par rapport à celle du solide. Le système dans sa position d'équilibre est tel que G se projette en O sur l'axe horizontal (x'x). On écarte le solide S, le long de la tige de telle sorte que G vienne en G_o d'abscisse x_o .

On lâche le solide S sans vitesse initiale à la date t=0. A une date t quelconque, on repère la position de G par son abscisse x sur (x'x).

- 1) Etablir l'équation différentielle reliant l'abscisse x du point G et sa dérivée seconde par rapport au temps.
- 2) a) vérifier que l'équation horaire de G indiquée ci-dessous est une solution de l'équation différentielle précédemment établie. $x = X_o \cos \omega t$ avec $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$
 - c) En déduire l'expression de la composante V_x de la vitesse V du point G en fonction de k, m, x_o et t.
- 3) a) Donner l'expression de l'énergie cinétique E_c et de l'énergie potentielle E_p du système (solide-ressort) à une date t, en fonction de k, m, x et v.
 - c) On considère deux cas particuliers :
 - Le ressort est étiré au maximum (G en G_o)
 - G passe par la position d'équilibre (G en O).



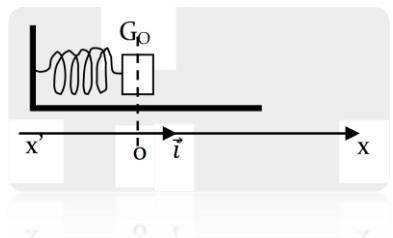
Donner dans les deux cas envisagés en fonction de k et x_o , les expressions de E_c et de E_p . Cette information vous suffit-elle pour déterminer l'énergie mécanique totale du système ? Pourquoi ?

- 4) Dans la réalité, on ne peut s'affranchir des frottements. Comment évolue alors l'énergie mécanique du système au cours du temps lorsque celui-ci oscille ? Justifier la réponse.

Exercice 32

Un oscillateur sinusoïdal est constitué d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur $k=4\text{N/cm}$, dont une des extrémités est fixe. L'autre extrémité est reliée à un solide de masse $M=0,3\text{kg}$ qui peut glisser sans frottement suivant un axe horizontal (O, i) . On repère la position du centre d'inertie du solide par son abscisse x . Lorsque le ressort a sa longueur propre, $x=0$.

- 1) En allongeant le ressort, on écarte le centre d'inertie de sa position d'équilibre d'une quantité $x_0=+10\text{cm}$ et on lâche le système sans vitesse initiale à la date $t=0$. Déterminer l'équation horaire du mouvement.
- 2) On comprime le ressort en déplaçant le solide d'une quantité $x_0= -10\text{cm}$ et on lâche le système sans vitesse initiale à la date $t=0$. Déterminer l'équation horaire du mouvement.

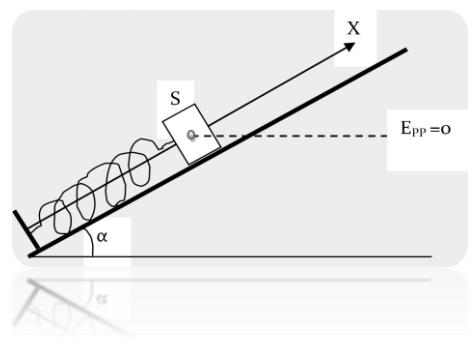


Exercice 33

Un solide S de masse $m=0,2\text{kg}$ de centre d'inertie G peut se déplacer d'un mouvement de translation sans frottement le long d'un plan incliné d'un angle $\alpha=30^\circ$. Le solide S est lié à un ressort de longueur à vide $l_0=25\text{cm}$ et de constante de raideur $k=20\text{N/m}$ (Voir fig.17).

A l'équilibre, la longueur du ressort est l , le centre d'inertie G du solide S est en O , origine du repère des abscisses et de l'énergie potentielle de pesanteur du système (terre-solide-ressort).

- 1) Exprimer la longueur l du ressort à l'équilibre en fonction de l_0 , k , m , α et g . Faire le calcul. On prendra $g=10\text{m/s}^2$.
- 2) On écarte le solide S de sa position d'équilibre de $x_0=5\text{cm}$ vers le haut et on abandonne sans vitesse initiale à la date $t=0$.
 - a) L'instant t quelconque, le centre d'inertie G du solide est repéré par son élongation x et a une vitesse V . Exprimer en fonction de k , l_0 et x l'énergie potentielle du système.
 - b) Ecrire l'expression de l'énergie mécanique en fonction de k , m , v , l , l_0 et x .
 - c) Montrer que le système constitue un oscillateur harmonique ;
- 3) Déterminer l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie G du solide S .
- 4) Quelle est la valeur de la vitesse du solide S quand il passe par sa position $X=-2,5\text{cm}$.
- 5) Le solide S étant dans sa position d'équilibre ; on lui communique parallèlement au plan incliné et vers le bas, à la date $t=0$, une vitesse de norme $V_0=0,5\text{m/s}$.
 - a) Etablir la loi horaire du mouvement de S
 - b) A quelle date l'énergie cinétique est égale à l'énergie potentielle dans l'intervalle $[0; T_0]$ où T_0 désigne la période propre de l'oscillateur. Préciser les abscisses correspondantes.

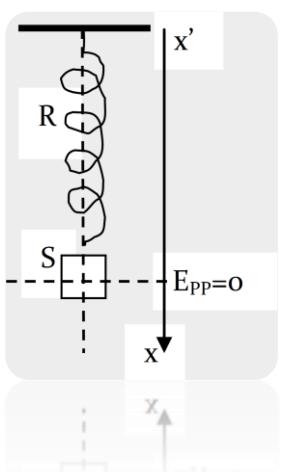


Exercice 34

On étudie les oscillations libres de l'oscillateur mécanique ci-contre : où R désigne le ressort de raideur $k=20\text{N/m}$, S est un solide de masse $m=200\text{g}$.

Al l'équilibre, le ressort est déformé de Δl_0 et le centre d'inertie G de S est en O , origine des élongations de S . On écarte S de $x_0=3\text{cm}$ à partir de sa position d'équilibre et on l'abandonne à la date $t=0$ avec la vitesse $V_0=0,4\text{m/s}$. Les frottements sont négligeables et on prendra $g=10\text{m/s}^2$.

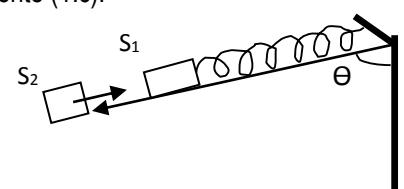
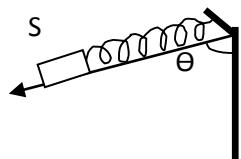
- 1) Calculer Δl_0 .
- 2) a) Etablir l'équation différentielle du mouvement de S .
c) Déterminer l'équation horaire du mouvement de S .
- 3) Déterminer la date t_1 à laquelle le solide S atteint son élongation maximale pour la première fois.
- 4) On considère le système (oscillateur-terre) et on prend l'énergie potentielle de pesanteur du système $E_{PP}=0$ dans la position d'équilibre O du solide.
 - a) Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur E_P du système en fonction de x .
 - b) Montrer que E_P s'écrit sous la forme $E_P=bx^2+c$ où a et b sont des constantes qu'on déterminera.
 - c) Exprimer l'énergie mécanique E du système pour une position quelconque du solide S . Montrer qu'elle est constante et calculer sa valeur.
 - d) Représenter dans le même repère E et E_P en fonction de x^2 .



Exercice 35

On prendra $g = 10 \text{ m/s}^2$. Un ressort à spires non jointives, de masse négligeable de raideur $k = 10 \text{ N/m}$ a une longueur à vide $l_0 = 0,2 \text{ m}$.

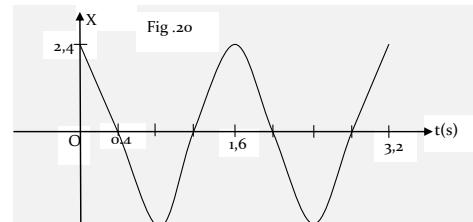
- 1) Le ressort est placé sur un rail horizontal. L'une de ses extrémités est fixe, l'autre est attachée à un solide S_1 de masse $m_1 = 75 \text{ g}$ (fig.19). Au repos, le centre d'inertie G_1 de S_1 est en O origine des abscisses. Les frottements sont négligeables et S_1 n'effectue que de mouvements de translation de direction parallèle à l'axe du ressort.
 - a) Un projectile S_2 de masse $m_2 = 25 \text{ g}$ heurte le solide S_1 avec une vitesse \vec{V}_2 dirigée suivant l'axe du ressort et y adhère. Déterminer la vitesse \vec{v}_0 de l'ensemble S des deux corps S_1 et S_2 immédiatement après le choc sachant que $\|\vec{V}_2\| = 1 \text{ m/s}$.
 - b) Calculer la compression maximale X_m du ressort par des considérations purement énergétiques.
 - c) Etablir la nature du mouvement de S et en donner l'équation horaire. Prendre comme origine des temps l'instant du choc et comme origine des espaces le point O . Calculer la période des oscillations.
- 2) Le rail est incliné $\theta = 60^\circ$ par rapport à une tige d'axe vertical (Δ). Il est soudé à cette tige et supporte le ressort auquel est attaché S de masse $M = m_1 + m_2 = 100 \text{ g}$. Les frottements sont toujours négligeables.
 - a) Déterminer la longueur l_1 du ressort et la réaction \vec{R}_1 du rail sur S lorsque le système est au repos.
 - b) S est écarté de sa position d'équilibre et lâché sans vitesse initiale. Il effectue alors des oscillations. Montrer que la période des oscillations est identique à la précédente (1.c).
- 3) Le rail est toujours incliné. Seul S_1 est relié au ressort suivant la ligne de plus grande pente confondue avec la direction de l'axe du ressort. A une distance d de S_1 on lance S_2 avec une vitesse \vec{V} . Le choc entre S_1 et S_2 est mou. Calculer la nouvelle compression maximale X'_m du ressort. On donne $d = 0,5 \text{ m}$ et $V = 7 \text{ m/s}$.



EXERCICE 36

L'enregistrement ci-dessous est celui de l'élargissement x d'un oscillateur élastique horizontal (raideur K et masse $m = 206 \text{ g}$). Le ressort a sa longueur naturel lorsque $x=0$.

- 1) Déterminer :
 - a) La période propre et l'amplitude des oscillations ;
 - b) La valeur de la raideur K .
- 2) Donner :
 - a) L'expression de l'énergie potentielle élastique de cet oscillateur puis en déduire son énergie potentielle maximale et la valeur de son énergie mécanique
 - b) La valeur maximale de son énergie cinétique et la valeur maximale de sa vitesse ;
- 3) Pour une élargissement $x = 1,5 \text{ cm}$; calculer :
 - a) L'énergie potentielle élastique ;
 - b) L'énergie cinétique et la valeur de la vitesse.

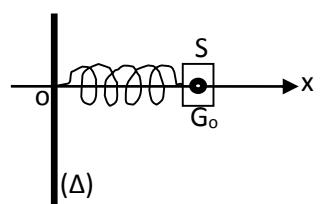


EXERCICE 37

Un ressort à spires non jointives, de masse négligeable, de longueur à vide $l_0 = 12 \text{ cm}$, est enfilé sur une tige horizontale (Ox), fixée à un axe vertical (Δ). L'une des extrémités du ressort est fixée en O , l'autre à un solide S de masse $m = 100 \text{ g}$.

Le ressort et le solide S peuvent coulisser sans frottement sur la tige.

- 1) Calculer la raideur du ressort sachant qu'il s'allonge de 1 cm lorsqu'il est soumis à une traction de 0,3 N.
- 2) Lorsque le ressort n'est ni comprimé ni étiré, le centre d'inertie G de S occupe une position G_0 qu'on prendra comme origine des abscisses. On tire S suivant (Ox) pour amener G en G_1 , tel que $G_0G_1 = x_m = 5 \text{ cm}$, puis on le lâche sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$.
 - a) Etablir l'équation différentielle du mouvement de G . En déduire son équation horaire.
 - b) Quelle est la vitesse de G au passage par G_0 ?
 - c) Montrer que l'énergie mécanique totale du système est constante. Quelle est sa valeur numérique ?
- 3) On fait tourner le système autour de l'axe (Δ) à la vitesse constante $N = 90 \text{ tr/min}$. Déterminer :
 - a) L'allongement du ressort ;
 - b) Sa longueur ;
 - c) Sa tension.



EXERCICE 38

On considère une tige AB fixée rigidement à un support horizontal en A. Le ressort, enfilé sur la tige AB ; est fixé en A à ce même support. L'autre extrémité C est liée à un solide S de masse m . Le solide percé d'un trou et le ressort peuvent coulisser sans frottement le long de la tige AB.

A l'équilibre, le centre d'inertie G du solide occupe une position G_0 , position que l'on prendra pour origine des abscisses. L'axe des abscisses colinéaire à AB sera orienté de A vers B.

- 1) On écarte le solide de sa position d'équilibre vers la droite et on l'abandonne sans vitesse initiale. L'origine des temps est choisie de telle façon que l'équation du mouvement de G soit : $x = 3 \cdot 10^{-2} \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ où x est exprimé en (m) et t en (s).
 - a) Quelles sont l'amplitude et la période du mouvement ?
 - b) Quelle est la position du centre d'inertie G du solide à $t = 0$?
 - c) Dans quel sens se déplace le solide et quelle est sa vitesse à cet même instant $t=0s$?
- 2) Le solide a une masse égale à 50g. Donner les caractéristiques de la somme des forces qui s'exercent sur lui quand son centre d'inertie passe à l'abscisse 2cm. En déduire la constante de raideur K du ressort.
- 3) Donner l'expression littérale de l'énergie mécanique du système masse ressort. Retrouver la vitesse du solide à l'instant $t=0s$ en utilisant la conservation de l'énergie mécanique.

B- OSCILLATIONS ELECTRIQUES LIBRES

C- OSCILLATIONS ELECTRIQUES LIBRES

Exercice N°1. Un circuit oscillant est constitué d'un condensateur de capacité $C = 0.2\mu\text{F}$ et d'une bobine dont l'auto-inductance est $L = 3.7\text{mH}$ et de résistance nulle.

1. Le circuit étant ouvert, on charge le condensateur sous une tension $u = U_m = 12.4\text{V}$, puis on ouvre l'interrupteur K. Calculer la charge initiale Q_m prise par le plateau A du condensateur.

2. A l'instant pris comme origine de temps, on ferme l'interrupteur K ; l'intensité du courant électrique est comptée positivement quand le courant circule dans le sens indiqué sur le schéma. On appelle $q(t)$ la charge de l'armature A en fonction du temps.

- Etablir l'équation différentielle de ce circuit oscillant ;
- Calculer la pulsation propre ω_0 du circuit ;

3. Donner les expressions des fonctions :

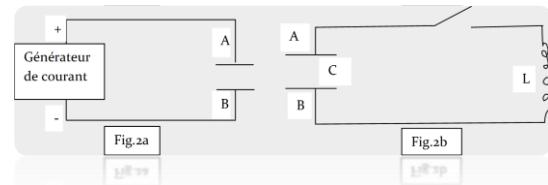
- $E_c(t)$, énergie stockée dans le condensateur ;
- $E_b(t)$, énergie stockée dans la bobine
- Représenter les deux fonctions pendant la durée de deux périodes.
- a) Calculer $E_c(t)$ et $E_b(t)$ et conclure.

- b) Vérifier cette conclusion à l'aide de la représentation graphique tracée au 3).

EXERCICE N°2 : Bac "C" 1990

On considère un générateur qui débute un courant d'intensité indépendant du temps $I = 150 \mu\text{A}$ (fig.2a). On charge avec ce générateur un condensateur de capacité $C = 18 \mu\text{F}$ initialement déchargé.

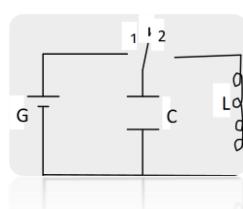
1. Calculer 8s après le début de la charge, les charges Q_A et Q_B de chaque armature.
2. Calculer la différence de potentiel $V_A - V_B = U_{AB}$, l'énergie W accumulée. On précisera sur un schéma la charge de chaque armature en le justifiant (voir fig.2a).
3. Le condensateur est alors isolé du générateur puis branché sur une bobine d'inductance $L = 0.5\text{H}$ et de résistance négligeable (voir fig.2b). On appellera $q(t)$ la charge portée par le plateau A à l'instant t.



Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$ lorsque l'interrupteur est fermé. En déduire l'expression de la tension $U_{AB} = f(t)$ (on prendra comme origine des dates, l'instant de fermeture). Calculer la période T des oscillations électriques. A $t = 1.5\pi 10^{-3} \text{ s}$, calculer la tension U_{AB} , l'intensité I du courant et déterminer le sens du courant.

EXERCICE N°3 : BAC "D" 1992 , 1998

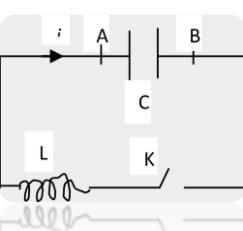
Le montage représenté ci-contre comprend un générateur G de f.e.m $E_0 = 6\text{V}$ et de résistance interne négligeable, un commutateur K, un condensateur de capacité $C = 10 \mu\text{F}$, une bobine d'inductance $L = 1 \text{H}$ et de résistance négligeable.



1. Le commutateur étant en position 1, calculer la charge acquise par le condensateur.
2. A la date $t = 0$, le commutateur est basculé en position 2. Soit U_C la tension aux bornes du condensateur à la date t. Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit la charge du condensateur. En déduire la pulsation propre ω_0 du circuit considéré, et exprimer U_C en fonction de ω_0 , U_0 (valeur de U_C à $t = 0$) et de t.

EXERCICE N°4 : Bac "C et E" &"D" 2005

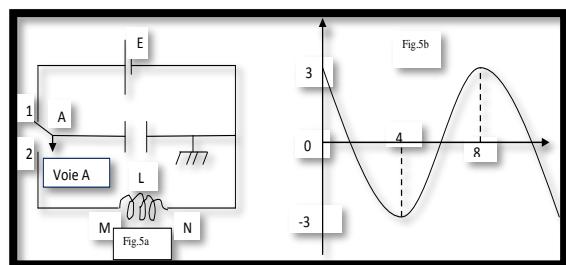
1. Un condensateur de capacité $C = 2.5 \cdot 10^{-6} \text{ F}$ est chargé sous une tension constante $U = 20\text{V}$. Calculer la charge q ainsi que l'énergie emmagasinée E.
2. Les armatures de ce condensateur chargé sont reliées à une bobine d'inductance $L = 25 \text{ mH}$ dont on néglige la résistance. A un instant pris comme origine de temps, on ferme l'interrupteur K, l'intensité $i(t)$ du courant est comptée positivement quand le courant circule dans le sens indiqué sur la figure. On appelle $q(t)$ la charge de l'armature reliée au point A et on précisera qu'à $t = 0$ cette armature est chargée positivement.
 - Etablir l'équation différentielle du circuit oscillant. Calculer ω_0 .
 - Etablir les expressions des fonctions $q(t)$ et $i(t)$, donner les expressions de $E_c(t)$ et $E_m(t)$ des énergies stockées dans le condensateur et dans la bobine. Quelle est la relation entre $E_c(t)$, $E_m(t)$ et E ? Justifier votre réponse.



EXERCICE N°5 :

On charge un condensateur de capacité $C = 0,8\mu F$ à l'aide d'un générateur E au moyen d'un circuit représenté ci-dessous, lorsque l'interrupteur est placé dans la position 1. On le charge ensuite dans une bobine d'inductance L et de résistance négligeable en basculant l'interrupteur dans la position 2, à l'instant $t = 0$. Un oscilloscophe permet de visualiser la tension aux bornes du condensateur lorsque la sensibilité de l'amplificateur verticale est réglée à $2V/cm$ et le balayage de la base de temps fixé à $500.10^{-6}s/Cm$, on observe l'oscilloscophe représenté (fig.5b).

1. Quelle est l'énergie maximale emmagasinée par le condensateur ?
2. Etablir la relation reliant la charge du condensateur q à \dot{q} , L et C.
3. Quelle est la valeur de l'inductance de la bobine ?
4. Représenter en fonction du temps sur un même diagramme l'allure de graphe $q(t)$ et $i(t)$. On précisera les valeurs maximales et minimales de i et de q .

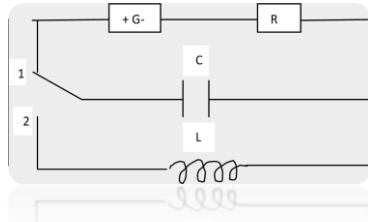


EXERCICE N°6 : Bac "D" 1999 & Concours médecine 2000

Un générateur de courant G délivre un courant d'intensité I_0 tant que la tension à ses bornes est inférieure à une valeur limite U_0 . On réalise le circuit représenté sur la figure ci-contre, comprenant le générateur G, un condensateur de capacité C, une bobine d'inductance L et de résistance négligeable et un interrupteur à deux positions.

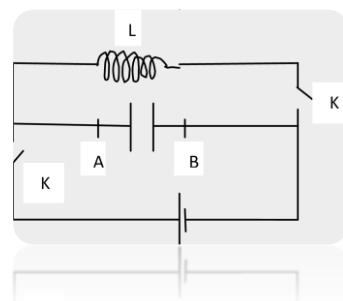
A.N. : $I_0 = 0,3A$; $C = 2\mu F$, $L = 16\text{ mH}$, $R = 10^3\Omega$.

1. A l'instant choisi comme origine de temps, on met l'interrupteur en position 1 pendant une durée $t_1 = 2,5s$.
 - Pour $t < t_1$, donner l'expression de la charge $q_A(t)$ de l'armature A du condensateur.
 - Pour $t = t_1$, calculer la charge du condensateur, la tension à ses bornes, l'énergie du condensateur.
 - Tracer la graphe $q_A(t)$ pour $t \in [0; 2,5]$.
2. L'interrupteur est fermé en position 2. On change l'origine des dates, on choisit pour nouvelle origine des temps l'instant où l'on ferme le circuit en position 2.
 - Ecrire l'équation différentielle vérifiée par la charge q_A , calculer la période propre T_0 des oscillations.
 - Donner les expressions littérales et numériques de $q_A(t)$ et $i(t)$.



EXERCICE N°7 : BAC "D" 1999 & 1997 1^{ère} session

- 1) Un condensateur de capacité $C = 12,5 \mu F$ est chargé grâce à une batterie de f.e.m. $E = 12V$ et de résistance négligeable (l'interrupteur k étant fermé et l'interrupteur k₁ ouvert). Calculer la charge maximale prise par le condensateur et préciser sur la figure l'armature qui s'est chargée positivement.
- 2) Ce condensateur peut ensuite se décharger dans une bobine d'inductance $0,8H$. Pour cela on ouvre k₁ et à la date $t = 0$, on ferme k₂.
 - Quelle est à la date $t = 0$ la valeur U_0 de la tension U_{AB} aux bornes du condensateur et l'intensité I_0 du courant dans le circuit LC ?
 - A l'instant t , la tension aux bornes du condensateur vaut $U_C = U_{AB}$. Comment varie U_C en fonction du temps ? Calculer la pulsation propre ω_0 et la fréquence propre du circuit LC et donner l'expression de U_C en fonction de t , ω_0 et U_0 .
 - On visualise U_C sur l'écran d'un oscilloscophe dont le balayage horizontal du spot correspond à $5.10^{-3}s/Cm$ vertical est $6V/Cm$. Représenter la courbe $U_C = f(t)$ que l'on observera sur l'écran de largeur $8Cm$.
 - La bobine a en réalité une résistance R. Dessiner une des allures des courbes possibles que l'on pourra observer sur l'écran. Quel est le rôle de R ?



Exercice 8

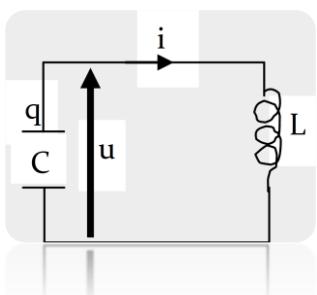
Un circuit comprend un générateur G de f.e.m $E_0=6V$ de résistance négligeable, un conducteur ohmique de résistance $R=20\Omega$, un condensateur déchargé de capacité $C=10\mu F$ tous reliés en série. L'objectif est d'étudier le phénomène de charge d'un condensateur.

- Démontrer que la charge du condensateur est donnée par la relation : $q(t)=Q_0(1-e^{\frac{-t}{RC}})$ où Q_0 est une constante à déterminer.
- Déterminer $u_C(t)$, $q(t)$ et $i(t)$.
- Quel serait le temps mis pour charger le condensateur à $q=2,5.10^{-6}C$.
- Représenter l'allure de la courbe correspondant à ce phénomène.

Exercice 9 (GUY FONTAINE)

On réalise un circuit oscillant en associant comme l'indique la figure ci-contre un condensateur de capacité C et une bobine d'inductance $L=40\text{mH}$ et de résistance négligeable. Le circuit est le siège d'oscillations électriques de fréquence $N_0=800\text{Hz}$.

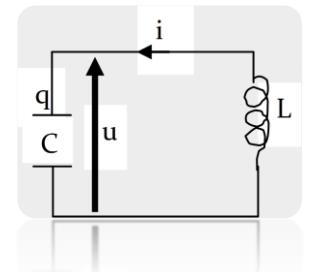
- Calculer la pulsation propre ω_0 du circuit et la valeur de la capacité C .
- Avec les conventions indiquées à la figure, l'intensité à l'instant $t=0$ est maximale et a pour valeur $I_m=2\text{A}$. Donner l'expression de l'intensité i en fonction du temps.
- Exprimer la tension u aux bornes du condensateur en fonction du temps. A quelles dates la charge q est-elle pour la première fois :
 - Positive et maximale ?
 - Négative et minimale ?
- Calculer l'énergie présente dans le circuit à ces deux dates. Sous quelle(s) forme(s) existe-t-elle ?
- Calculer l'énergie électrostatique E_e et l'énergie magnétique E_m aux instants $t=6,25 \cdot 10^{-4}\text{s}$ et $t''=2 \cdot 10^{-4}\text{s}$.



Exercice 10

Le circuit (LC) représenté à la figure ci-contre est caractérisé par : $L=0,2\text{H}$, $\omega_0=500\text{rad/s}$.

- Quelle est la valeur de la capacité C ?
- A l'instant $t=0$, la charge q portée par l'armature A vaut $q_0=4 \cdot 10^{-3}\text{C}$ et l'intensité i est nulle/
 - Donner l'expression de la tension u en fonction du temps ;
 - Calculer l'intensité i en fonction du temps.



Exercice 11

Un condensateur de capacité $C=200\text{NF}$ préalablement chargé sous la tension continue $U_0=20\text{V}$, se décharge à travers une bobine d'inductance L et de résistance négligeable. On observe des oscillations électriques de période $T_0=1,26\text{ms}$.

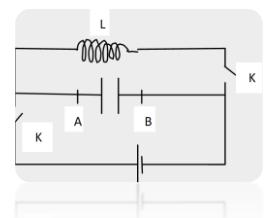
- Calculer la valeur de l'inductance L
- La période propre du circuit dépend-elle de la valeur U_0 de la tension de charge ?

Exercice 12

Dans le montage de la figure ci-contre, $E=15\text{V}$, $C=0,4\mu\text{F}$; $L=80\text{mH}$.

L'interrupteur K est ouvert. On ferme K' puis après quelques secondes, on l'ouvre à nouveau.

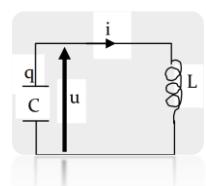
- Quelle est la valeur de la charge q_0 portée par l'armature supérieure du condensateur. Calculer dans ces conditions l'énergie électrostatique E_e et l'énergie magnétique E_m emmagasinées respectivement dans le condensateur et dans la bobine.
- A l'instant $t=0$, on ferme l'interrupteur K_2 et on note : i , l'intensité algébrique du courant dans la bobine (voir figure) et q la charge de l'armature supérieure du condensateur.
 - Quelle relation y a-t-il entre i et $\frac{dq}{dt}$?
 - En exprimant de deux façons différentes la tension u aux bornes de la bobine ; établir l'équation différentielle du circuit.
 - Vérifier que la solution de cette équation différentielle est de la forme : $u=U_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$. Calculer numériquement U_m et φ sachant qu'à l'instant initial, l'intensité i est nulle.
 - Déterminer la valeur numérique de la période propre T_0 du circuit et calculer à l'instant $T_0/4$:
 - La charge q de l'armature supérieure ;
 - L'intensité i dans la bobine ;
 - L'énergie électrostatique E_e' et l'énergie magnétique E_m' présente dans le circuit.
 - Répondre aux mêmes questions qu'en d), mais en considérant l'instant $T_0/2$.



Exercice 13

La tension u entre les armatures d'un condensateur évolue au cours du temps selon la loi : $u=200\cos 1000t$, l'intensité a pour valeur : $i=\sin 1000t$. Les unités sont celle du système international.

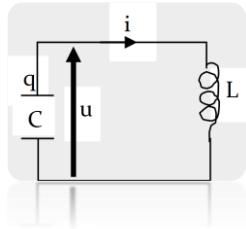
- Quelle relation existe-t-il entre i , la capacité C et $\frac{du}{dt}$?
- En déduire la valeur numérique de la capacité C et de l'inductance L ;
- Calculer la période et la fréquence propres du circuit (L,C) étudié.



Exercice 14

Dans le montage de la figure ci- contre, la charge $q(C)$ évolue en fonction du temps t (s) selon la loi : $q=10^{-4} \cdot \cos 2000t$.

- 1) A l'instant $t=0$, la tension u entre les armatures est égale à $U_0=100V$. En déduire la valeur de la capacité C du condensateur et celle de l'inductance de la bobine.
- 2) Donner en unité S.I. l'expression de l'intensité i du courant dans la bobine en fonction du temps t .
- 3) Exprimer en utilisant les unités S.I. l'énergie électrostatique E_e et l'énergie magnétique E_m en fonction du temps.
- 4) Que peut-on dire de la somme $E_e + E_m$?
- 5) Donner la représentation graphique des variations de E_e et de E_m en fonction du temps.
Echelle :en abscisse : 8cm pour 3,14ms ; en ordonnée : 1cm pour $5 \cdot 10^{-3}J$.

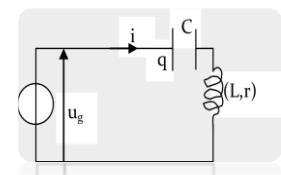


Exercice 15

La pulsation propre d'un circuit (L.C) a pour valeur $\omega_0 = 5000 \text{ rad/s}$.

- a) A l'aide des considérations énergétiques, montrer qu'on peut mettre en relation la tension maximale U_m entre les armatures du condensateur, l'intensité maximale I_m dans la bobine, l'inductance L et la capacité C .
- b) Initialement, le condensateur est chargé sous la tension $U_m=100V$. L'énergie électrostatique qu'il a emmagasinée vaut alors $E_e=2 \cdot 10^{-4}J$. En déduire la capacité C .
- c) Déterminer numériquement l'inductance L de la bobine ainsi que la valeur de l'intensité maximale I_m dans le circuit.

Exercice 16 : Dans la figure ci-contre, une bobine d'inductance $L=100\text{mH}$, est alimentée sous la tension continue $U=20V$; l'intensité du courant qui la traverse vaut $I=0,8A$. cette bobine est montée en série avec un condensateur de capacité $C=4,4\mu\text{F}$ et un générateur délivrant une tension u_g proportionnelle à l'intensité i du courant qu'il débite : $u_g=ki$.



- a) Quelle valeur faut-il donner au coefficient k pour que les oscillations sinusoïdales prennent naissance dans le circuit ? En quelle unité k s'exprime-t-il ?
- b) La condition précédente étant réalisée, calculer la fréquence N_0 des oscillations.

Exercice 17

On relie les armatures d'un condensateur de capacité $C=0,2\mu\text{F}$, initialement chargé sous la tension continue $U_1=80V$ aux bornes d'une bobine d'inductance L et de résistance r .

On observe un régime d'oscillations amorties (régime pseudopériodique). A chaque oscillation, 10% de l'énergie totale présente dans le circuit en début d'oscillation est dissipée sous forme d'effet Joule.

- 1) Calculer l'énergie totale présente dans le circuit au début de la première oscillation. On peut considérer à cet instant, que l'intensité i_1 est nulle.
- 2) Au début de la 2^e oscillation, l'intensité i_2 est encore nulle. Calculer à cet instant, l'énergie électrostatique emmagasinée dans le condensateur. Que vaut la tension u_2 entre ses armatures..
- 3) Reprendre la question b) en étudiant :
 - Le début de la 3^e oscillation ;
 - Le début de la $n^{\text{ième}}$ oscillation ; donner l'expression littérale de la tension u_n en fonction de la tension U_1 et de n .

Exercice 18

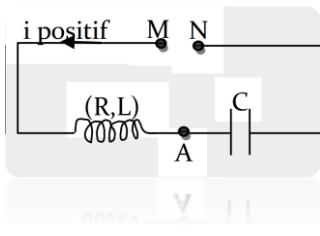
Soit un circuit (L.C) non résistant représenté par le schéma ci-contre.

- 1) Exprimer de façon littérale l'énergie électrostatique E_E en fonction de C et u et l'énergie magnétique E_M en fonction de L et de i .
- 2) Que peut-on dire de la somme $E_E + E_M$? Justifier votre réponse. Noter (1) l'équation ainsi obtenue.
- 3) En dérivant les deux membres de l'équation (1) par rapport au temps, établir compte tenu de la relation entre i et $\frac{dq}{dt}$ l'équation différentielle (2) : $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{LC}u = 0$.
- 4) Trouver la solution $u(t)$ de cette équation différentielle sachant que à la date $t=0$, l'intensité i est positive et a pour valeur $i(0)=100\text{mA}$. Et que l'énergie électrostatique E_E emmagasinée dans le condensateur $E_E(0)$ est nulle. $L=60\text{mH}$; $C=60\text{nF}$.
- 5) Quelle est la valeur de la fréquence propre N_0 du circuit.

Exercice 19(Euringié)

La tension aux bornes d'un condensateur (A,B) de capacité $C=0,1\mu F$ est $U_{AB}=120V$. A la date $t=0$, ce condensateur est branché aux bornes (M,N) d'une bobine de résistance négligeable et d'inductance $L=1H$. L'intensité du courant est nulle à cette date.

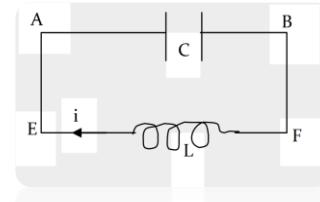
- 1) Calculer les : pulsation, période et fréquence propres de ce circuit oscillant.
- 2) Donner les variations dans le temps de la charge du condensateur et de l'intensité du courant.
- 3) Calculer la charge prise par le condensateur aux dates $t=0,5ms$; $t=1ms$; $t=1,5ms$ ainsi que les valeurs correspondantes de l'intensité du courant.



Exercice 20

Un circuit comprend un condensateur de capacité C et une bobine d'inductance $L=10mH$ et de résistance négligeable. Il est le siège des oscillations électriques. La tension aux bornes du condensateur est en volts : $u_{AB}=5\cos 100\pi t$. Le temps étant en seconde.

- 1) Préciser l'amplitude de la tension aux bornes du condensateur, la pulsation, la période et la fréquence des oscillations.
- 2) Déterminer la tension aux bornes de la bobine. On oriente la bobine de F vers E . Exprimer l'intensité $i(t)$ du courant en fonction du temps.
- 3) Calculer la capacité C du condensateur.
- 4) Déterminer l'énergie E_e dans le condensateur et l'énergie E_m emmagasinée dans la bobine à l'instant t . Préciser les énergies emmagasinées maximales.
- 5) Vérifier que l'énergie totale est $E=E_e+E_m$.



Exercice 21

Un fréquencemètre permet de mesurer la fréquence des oscillations d'un circuit (L.C) ; On trouve 356Hz.

- 1) Un condensateur de capacité $C_1= 10\mu F$ est branché en parallèle avec le condensateur du circuit initial.. L fréquence des oscillations devient 290,7Hz. Calculer les valeurs de la capacité C et de l'inductance L du circuit initial.
- 2) Que devient la fréquence si la capacité C_1 est associée en série dans le circuit initial.

Exercice 22

A l'entrée d'un récepteur de radio se trouve un circuit oscillant (L.C) dont ont règle la fréquence propre grâce à un condensateur variable. Le circuit est accordé sur un émetteur lorsque la fréquence propre du circuit oscillant est égale à la fréquence de l'onde porteuse envoyée par l'émetteur.

- 1) Le condensateur est constitué de lames distantes de 0,4mm dont l'aire en regard peut varier de $3cm^2$ à $30cm^2$. On rappelle que : $C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$ où $\epsilon_0 = 8,84 \cdot 10^{-12} S.I.$ Entre quelles valeurs varie la capacité C du condensateur ?
- 2) L'inductance L peut prendre des valeurs $1,5mH$ et $35mH$, déterminer dans chaque cas le domaine de fréquences des ondes pouvant être captées.

Exercice 23

Une bobine d'inductance $L=0,5H$, pouvant supporter un courant d'intensité maximale 3A est associée à un condensateur de capacité $C=200\mu F$ que l'on charge sous une tension de 100V.

- 1) Quelle est l'énergie fournie au condensateur ?
- 2) Le condensateur étant chargé, le générateur de tension est déconnecté, et l'on court-circuite l'association (L.C). Que se passe-t-il ? Quelle est l'intensité maximale dans le circuit ?
- 3) Examiner le cas où le condensateur est remplacé par une association en parallèle de trois condensateurs ayant une capacité de $200\mu F$.

Exercice 24

Le condensateur d'un circuit (LC), où $L=10 \cdot 10^{-3} H$ et $C=10^{-5} F$ est initialement chargé sous une tension de 20V.

- 1) Exprimer en fonction du temps les énergies E_e et E_m emmagasinées dans le condensateur et dans la bobine. Ces grandeurs varient-elles périodiquement ? Si oui, avec quelle fréquence ?
- 2) En dérivant l'expression $E = E_e + E_m$ par rapport au temps, retrouver l'équation différentielle régissant le fonctionnement du circuit.

Exercice 25

On considère le circuit électrique fermé comprenant un condensateur AB de capacité C et une bobine d'inductance $L = 40\text{mH}$ et de résistance négligeable. La tension aux bornes du condensateur a pour expression $u_{AB} = 2 \cos(5000t)$; (u_{AB} en V et t en s).

- 1) Donner l'amplitude de la tension aux bornes du condensateur et la pulsation propre.
- 2) Calculer la capacité C du condensateur et sa charge maximale.
- 3) Etablir successivement les expressions de la charge $q(t)$ portée par l'armature A du condensateur et de l'intensité $i(t)$ du courant circulant dans le circuit. Indiquer le sens positif de i sur un schéma.
- 4) Démontrer que l'énergie électromagnétique emmagasinée dans le circuit est constante. Calculer sa valeur numérique. En déduire la valeur de la tension u_{AB} au moment où l'intensité du courant vaut $i=8\text{mA}$. Quelle est la charge du condensateur à cet instant ?
- 5) Que deviennent ces oscillations si la résistance de la bobine n'est pas négligeable ?

Exercice 26

Un circuit (RLC) comporte un condensateur de capacité $100\mu\text{F}$ initialement chargé sous une tension de 20V et d'une bobine d'inductance 10mH .

- 1) Quelle est l'énergie initiale fournie au condensateur ?
- 2) Au bout de 100 oscillations, l'énergie électrique initialement emmagasinée a diminué de 20%. Calculer la quantité d'énergie dégagée sous forme de chaleur et la puissance moyenne dissipée pendant ces 100 oscillations.

C-OSCILLATIONS ELECTRIQUES FORCEES

C-OSCILLATIONS ELECTRIQUES FORCEES

Exercice 1 BAC "C & E" 1996 & 1999

- Une bobine est traversée par un courant de 11A quand on applique entre ses bornes une tension continue de 220 V. La bobine étant branchée sur une prise de courant alternatif du secteur ($U = 220V$ et 50 Hz) l'intensité efficace dans la bobine tombe à 5,5A. Expliquer ce phénomène et donner les valeurs de la résistance R de la bobine.
- On branche cette bobine en série avec un condensateur de capacité C , sur la même prise du secteur que précédemment. Etablir l'expression de l'impédance Z de l'ensemble et du déphasage φ de la tension par rapport à l'intensité. On augmente la valeur de la capacité C ; on observe que l'intensité passe par un maximum. Expliquer ce phénomène et calculer la valeur de C correspondant à ce maximum d'intensité dont on déterminera également la valeur. Que vaut alors ce déphasage ?

Exercice 2 BAC "C & E" 1997

Un générateur de tension sinusoïdale d'amplitude $U_m = 6V$ et de pulsation réglable alimente un dipôle RLC en série pour lequel $C = 6\mu\text{F}$, $R = 5\Omega$ et $L = 200\text{mH}$.

- Déterminer la fréquence propre du circuit RLC.
- On désigne par U_{Rm} l'amplitude de la tension aux bornes de la résistance R . Exprimer le rapport $\frac{U_{Rm}}{U_m}$ en fonction de R, L, C et ω sachant qu'en dehors de la résonance l'impédance du circuit vaut : $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$
- En déduire les valeurs des fréquences f_1 et f_2 qui limitent la bande passante à 3db.
- Exprimer le facteur de qualité Q en fonction de f_0 et de β , largeur de la bande passante à 3db.
- Déterminer la valeur efficace de la tension aux bornes de la bobine lorsque $f = f_0$.

Exercice 3 BAC "D" SENEGAL

On charge un condensateur de capacité $C = 0,1\mu\text{F}$ à l'aide d'un générateur BF au moyen du circuit représenté à la figure 1. Le circuit comprend aussi un conducteur ohmique de résistance $R = 200\Omega$ et d'une bobine d'inductance $L = 0,1\text{H}$ placés en série. Le générateur BF qui délivre à ses bornes une tension alternative sinusoïdale u de fréquence $N = 250\text{Hz}$ et de valeur efficace $U = 5\text{V}$.

- Calculer l'intensité dans le circuit (faire la figure 1).
- Si l'on se donne la tension instantanée u sous la forme $u = U_m \cos \omega t$ quelle est la loi de variation de l'intensité i en fonction du temps $i(t)$.
- Calculer les tensions U_R aux bornes de la résistance, U_B aux bornes de la bobine et U_C aux bornes du condensateur. Comparer la somme $U_R + U_B + U_C$ à la tension efficace appliquée $U = 5\text{V}$ et conclure.
- Quelles sont les valeurs des impédances : Z du circuit RLC, Z_R de la résistance, Z_B de la bobine et Z_C du condensateur. Comparer Z_R, Z_B, Z_C et Z et conclure.

Exercice 4

Une bobine de résistance R , d'inductance L est d'abord alimentée par un générateur de tension continue $U_1 = 6\text{V}$, l'intensité du courant qui la traverse est $I_1 = 0,3\text{ A}$. Alimentée sous une tension alternative sinusoïdale de valeur efficace $U = 24\text{V}$, l'intensité efficace vaut $0,12\text{A}$. La fréquence du courant est celle du réseau de l'EDF (électricité de défense).

- Déterminer :
 - La résistance R de la bobine ;
 - L'impédance Z ;
 - L'inductance L
- On monte en série avec la bobine un condensateur de capacité $C = 5\mu\text{F}$. L'ensemble est soumis à la tension sinusoïdale précédente.
 - Déterminer Z de l'association ;
 - Quelle est l'intensité I du courant ;
 - Quel est le déphasage φ entre l'intensité instantanée et la tension efficace.

EXERCICE 5 BAC "D" 2003

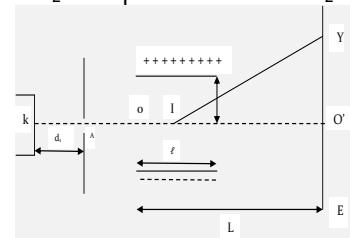
- Un conducteur ohmique de 2000Ω est branché aux bornes du générateur imposant à ses bornes une tension sinusoïdale d'amplitude $U_m = 311\text{V}$ et de fréquence 50Hz . Quelle est l'intensité efficace dans le circuit ?
- Quelle est la capacité du condensateur qui, branché aux bornes du générateur précédent, possède la même impédance que celle du conducteur ohmique ?
- On associe en série les trois dipôles précédents : générateur, condensateur et conducteur ohmique. Calculer l'impédance du circuit, l'intensité efficace du courant et la phase de la tension par rapport au courant.

EXERCICE 6 BAC "C &E" 1995

Dans un tube à vide, un faisceau d'électron est émis sans vitesse initiale par une cathode K et est accéléré par une tension U_1 appliquée entre l'anode A et la cathode K, la distance A et K notée d_1 .

On négligera le poids des électrons devant les forces électriques et la variation de masse en fonction de la vitesse (voir figure 1).

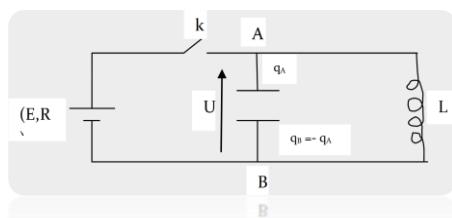
- A) Ensemble anode et cathode : Exprimer en fonction de (m , e , d_1 , U_1 , l'accélération d'un électron, le temps mis pour faire le parcours) ; la vitesse V_1 , à l'arrivée sur l'anode et l'énergie cinétique acquise.
A.N. : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$, $d_1 = 4 \text{ cm}$, $U_1 = 180 \text{ V}$.
- B) L'anode est portée d'une tension et le faisceau entre ensuite suivant l'axe horizontal avec la vitesse V_1 entre les armatures d'un condensateur plan. L'axe (ox) est équidistant des deux armatures. Soit U_2 la ddp des armatures $U_2 = 9 \text{ V}$, $d_2 = 8 \text{ cm}$ et la longueur des armatures $\ell = -8 \text{ cm}$.
- 1) Déterminer l'équation de la trajectoire
 - 2) Déterminer la déviation Y_s à la sortie du condensateur ;
 - 3) Déterminer la vitesse V_2 à la sortie du condensateur ;
 - 4) Déterminer le travail des forces électriques pendant cette traversée.
- C) Soit $D = 10 \text{ cm}$ la distance du centre I du condensateur à l'écran E de grande dimension.
- 1) Sachant qu'à la sortie du condensateur, la tangente à la trajectoire coupe (ox) en I ; montrer que sur l'écran E, la déviation Y par rapport O' est proportionnelle à V_2 .
 - 2) Déterminer la déviation maximale observable sur l'écran, en déduire la tension maximale correspondante entre les armatures du condensateur.
 - 3) On applique entre les armatures du condensateur une tension sinusoïdale de fréquence 50 Hz et de valeur efficace 90 V . Qu'observera-t-on sur l'écran E fluorescent ?
- D) La capacité du condensateur est $C = 4\pi\mu\text{F}$. Il est placé dans un circuit comprenant une résistance $R = 250\Omega$ et une inductance $L = 0,5\pi\text{H}$ placées en série. Aux bornes de l'ensemble, on met une tension $u = U\sqrt{2} \sin\omega t$, $U = 100 \text{ V}$, la fréquence est 50 Hz .
- 1) Déterminer l'intensité efficace du courant.
 - 2) Déterminer le déphasage entre :
 - la tension u et l'intensité i ;
 - La tension u_c et l'intensité i ;
 - La tension u et u_c . u_c étant la tension instantanée aux bornes du condensateur
 - 3) Quelle valeur devrait-on avoir pour l'inductance afin que u et u_c soient en quadrature ? On prendra $\pi^2 = 10$.



EXERCICE 7

On considère le circuit dont le schéma est représenté sur la figure 2 ci-contre. Un générateur de f.e.m. E et de résistance R alimente un circuit comportant un générateur de capacité C et une bobine d'inductance L et de résistance négligeable.

- 1) L'interrupteur K étant fermé. On suppose qu'il n'y a pas d'oscillations, les courants et les tensions sont continus.
 - a) Montrer que la tension U aux bornes de la bobine est nulle.
 - b) Calculer les intensités des courants dans la bobine et dans le condensateur ;
 - c) Calculer l'énergie magnétique de la bobine et l'énergie électrique du condensateur. On donne $E = 10 \text{ V}$, $R = 4\Omega$, $L = 0,1\text{H}$ et $C = 2\mu\text{F}$.
 - 2) On ouvre l'interrupteur à la date $t = 0$, le circuit oscillant LC est à la coupée du générateur. Etablir l'équation différentielle qui permet de déterminer la charge q_A du condensateur en fonction du temps. En déduire les expressions de l'intensité $i(t)$ du courant dans le circuit et la tension $u(t)$ aux bornes de la bobine.
- A.N. : utiliser les mêmes valeurs qu'en 1.



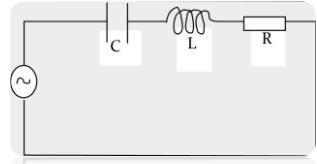
EXERCICE 8

Un générateur maintient entre ses bornes une tension dont la valeur instantanée est donnée en volts par l'expression : $u = 12\cos(100t+0,5)$. L'intensité instantanée en (mA) : $i = 53\cos\omega t$.

1. Déterminer la valeur de a ;
2. Calculer l'impédance du circuit ;
3. Calculer la phase de l'intensité par rapport à la tension.

EXERCICE 9 BAC "D" 2004 ET BAC "C & E" 2011

1. Une tension instantanée $u = 2,5 \cos 3700t$ en volt est établie aux bornes d'un conducteur ohmique de résistance $R = 220\Omega$.
 - a) Calculer la période de la tension appliquée au dipôle ;
 - b) Donner l'expression de l'intensité instantanée du courant électrique qui traverse le conducteur ohmique ;
 - c) Calculer l'intensité efficace du courant
2. On remplace le conducteur ohmique par un condensateur de capacité $C = 1\mu\text{F}$.
 - a) Donner l'expression de l'intensité instantanée du courant électrique qui traverse le condensateur ;
 - b) Calculer l'intensité efficace du courant.
3. On remplace maintenant le condensateur par une petite bobine supposée non résistive dont l'auto-inductance $L = 20\text{mH}$,
 - a) Donner l'expression de l'intensité instantanée du courant électrique qui traverse la bobine ;
 - b) Calculer l'intensité efficace du courant.
4. Pour les trois cas étudiés, représenter les vecteurs d'Fresnel de l'intensité et de la tension aux bornes du dipôle considéré.



EXERCICE 10 BAC "D" 2007

Une bobine de résistance R et d'inductance L est d'abord alimenté par un générateur de tension continue $U_1 = 6\text{V}$; l'intensité du courant qui la traverse est $I_1 = 0,3\text{A}$. Si elle est alimentée sous une tension alternative sinusoïdale de valeur efficace 24V ; l'intensité efficace vaut $0,12\text{A}$; la fréquence du courant est de 50Hz .

1. Déterminer la résistance, l'impédance et l'inductance de la bobine.
2. On monte en série avec la bobine un condensateur $C = 5\mu\text{F}$. L'ensemble est soumis à la tension sinusoïdale précédente.
 - a) Déterminer l'impédance de l'association ;
 - b) Quelle est l'intensité efficace du courant ?
 - c) Quelle est la phase de l'intensité du courant par rapport à la tension aux bornes de l'association ?

EXERCICE 11 BAC "D" 2009

Un dipôle RLC série comprend un condensateur de capacité $C = 1\mu\text{F}$, un conducteur ohmique de résistance $R = 20\Omega$ et une bobine d'inductance $L = 0,1\text{H}$ et de résistance $r = 10\Omega$. Ce dipôle est alimenté par une tension sinusoïdale de fréquence 50Hz et de valeur efficace 12V .

1. Calculer l'impédance du circuit, l'intensité efficace et le déphasage de la tension d'alimentation par rapport à l'intensité du courant.
2. Donner l'expression de la tension instantanée aux bornes du dipôle ainsi que celle de l'intensité instantanée.
3. Calculer la tension efficace aux bornes de la bobine.
4. Par quel condensateur faut-il substituer le condensateur C pour que la fréquence du générateur soit égale à la fréquence propre du circuit.

EXERCICE 12 BAC "D" 2011 I

1. Un circuit électrique est alimenté sous une tension alternatif de fréquence $f = 50\text{Hz}$ et de valeur efficace $U = 220\text{V}$. Calculer la pulsation ω .
2. a) Ce circuit comprend en série, un conducteur ohmique de résistance $R = 50\Omega$, une bobine d'inductance $L = 0,7\text{H}$ et de résistance négligeable, un condensateur de capacité C variable. Faire le schéma du circuit et calculer l'impédance Z du circuit pour $C = 20\mu\text{F}$.
b) Calculer l'intensité efficace I du courant et le déphasage φ de l'intensité par rapport à la tension pour $C = 20\mu\text{F}$.
3. Calculer la valeur de la capacité qui provoquerait la résonance. En déduire la nouvelle tension aux bornes du condensateur.

EXERCICE 13 BAC "C" 1994

Un réseau de distribution électrique fournit une tension de 120V efficace à la fréquence de 50 périodes par seconde.

1. Quelle est l'expression mathématique de cette tension en fonction du temps ?
2. Une ampoule d'éclairage de résistance R consomme 100W lorsqu'elle est alimentée par un courant continu sous une tension de 220V . On connecte aux bornes du réseau alternatif un circuit comprenant l'ampoule R en série avec un condensateur C de capacité $10\mu\text{F}$. quelles sont les d.d.p efficaces que l'on mesure en et les bornes de C ?
3. On ajoute en série avec R et C une bobine de self-induction dont la résistance est négligeable. Quelle valeur faut-il donner à son coefficient de self-induction pour obtenir l'intensité efficace maximale ?
4. On place entre les deux bornes du réseau un moteur consommant une puissance électrique de $1,2\text{KW}$, et dont le facteur de puissance est égal à $0,7$. Quelle est la valeur de l'intensité efficace qui traverse le moteur ? On prendra $\pi^2 = 10$.

EXERCICE 14 BAC "D" 2011 II

Un circuit comprend en série un conducteur ohmique de résistance $R = 100\Omega$, une bobine d'inductance L et de résistance négligeable et un condensateur de capacité C . Une tension alternative sinusoïdale de valeur efficace $U = 150V$ et de fréquence réglable est appliquée aux bornes du circuit.

1. Pour une valeur f_1 de f , les tensions efficaces aux bornes des appareils sont telles que :
 $U_L = U_C = 3U_R$. Déterminer:
 - a) Les valeurs de U_R , U_L et U_C ,
 - b) L'intensité efficace I dans le circuit
 - c) Le déphasage φ entre la tension appliquée aux bornes du circuit et l'intensité
2. La tension appliquée gardant la valeur efficace $U = 150V$, on régle la fréquence à la valeur $f_2 = 2f_1$; déterminer :
 - a) L'intensité efficace I
 - b) Le déphasage φ' entre la tension appliquée aux bornes du circuit et l'intensité ;
 - c) La tension efficace existant entre les bornes de chaque appareil.

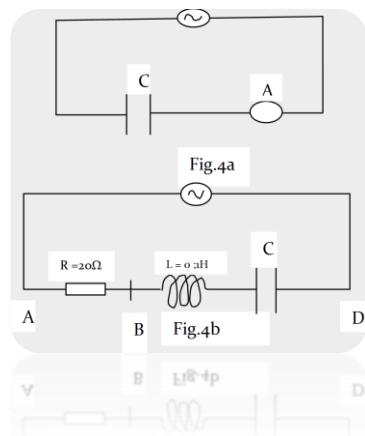
EXERCICE 15 BAC "D" 2000

1. Une bobine est mise en série avec un ampèremètre thermique. Lorsque l'ensemble est monté entre les bornes d'une batterie d'accumulateur de f.e.m $E_0 = 12V$ et de résistance négligeable, l'ampèremètre indique un courant $I_0 = 0,24A$. Lorsqu'on le monte entre les bornes d'une prise de courant alternatif de fréquence $f = 50Hz$ présentant une tension alternative $U = 225V$, l'ampèremètre indique $I_1 = 2A$. On demande :
 - a) La résistance R de la bobine ;
 - b) Son impédance Z_1 ;
 - c) Son inductance L ;
 - d) Le déphasage φ_1 et le facteur de puissance ;
2. On remplace la bobine par un condensateur ; l'ampèremètre indique $I_2 = 0,9A$. On demande :
 - a) L'impédance Z_2 du condensateur
 - b) Sa capacité C
 - c) Le déphasage φ_2 et le facteur de puissance
3. On monte maintenant la bobine et le condensateur en série avec un ampèremètre. On demande :
 - a) L'impédance Z de l'ensemble
 - b) L'intensité efficace I qu'indique l'ampèremètre
 - c) Le déphasage φ et le facteur de puissance.

EXERCICE 16 BAC "D" 1995 partie A), BAC "C & E" 1992

On désire vérifier la capacité C d'un condensateur référencée $10\mu F$ par le constructeur. Pour cela, on réalise deux expériences :

- A) On branche ce condensateur aux bornes d'un générateur de tension efficace $6V$ et de fréquence $50Hz$. On mesure à l'ampèremètre $I = 2mA$ (fig.4a).
 1. Donner l'expression de l'impédance du dipôle RLC ;
 2. En déduire l'expression de l'impédance d'un condensateur seul ;
 3. Calculer la capacité C de ce condensateur et comparer avec l'indication du constructeur.
- B) On insère le condensateur à traiter dans le circuit de la fig.4b ; on visualise à l'oscilloscophe cathodique les tensions $u_{AD}(t)$ et $u_{AB}(t)$. En faisant varier la fréquence f du générateur B.F, on observe que ces deux tensions sont en phase pour $f = 150Hz$.
 - a) Définir ce phénomène
 - b) Que devient alors l'impédance Z du dipôle série AD.
 - c) En déduire la valeur de la capacité C .
 - d) Pour $f = 200Hz$, quelle tension u_{AD} ou u_{AB} est en avance par rapport à l'autre ? Justifier.



EXERCICE 17

L'intensité instantanée en (mA) qui circule dans un circuit RLC série est $i = 13,5\cos300t$. On donne $R = 110\Omega$, $L = 250mH$, $C = 12\mu F$.

1. Faire la construction de Fresnel relative à ce circuit ;
2. Calculer la tension efficace aux bornes du dipôle RLC ;
3. Calculer la phase de l'intensité par rapport à la tension.

EXERCICE 18

Un générateur maintient entre ses bornes une tension sinusoïdale de valeur efficace $U = 6,3 \text{ V}$ et de fréquence $f = 50\text{Hz}$. On branche entre les bornes du générateur, en série un conducteur ohmique de résistance $R = 11\Omega$, une bobine d'inductance $L = 270\text{mH}$, un condensateur de capacité $C = 45\mu\text{F}$.

1. Faire la construction de Fresnel relative à ce schéma,
2. Calculer l'impédance du circuit ;
3. Calculer l'intensité efficace du courant ;
4. Déterminer la phase de la tension par rapport à l'intensité du courant.

EXERCICE 19

Soit un dipole RLC tel que $C = 2 \mu\text{F}$, $L = 0,5\text{H}$, $R = 200\Omega$. Le circuit est excité par un générateur délivrant une tension de valeur 220V et de fréquence 50Hz .

1. Calculer l'impédance du circuit ;
2. Le circuit est-il capacitif ou inductif ?
3. Calculer les valeurs efficaces de la tension et de l'intensité ;
4. Par quel condensateur faut-il substituer le condensateur C pour que la fréquence du générateur soit égale à la fréquence propre du circuit ?

EXERCICE 20

Soit un dipôle RLC où la bobine est propre ; le résistor, la bobine et le condensateur ont pour tension efficace respectives $U_R = 8\text{V}$, $U_L = 2\text{V}$, $U_C = 8\text{V}$.

1. Dire en justifiant si l'intensité est en avance ou en retard sur la tension ;
2. Calculer la tension efficace au borne de tout le circuit ;
3. Calculer l'impédance de chaque élément sachant que l'intensité maximale vaut $I_m = 125\text{mH}$,
4. Calculer la fréquence du courant et la capacité du condensateur sachant que l'impédance de la bobine est $L = 0,02\text{H}$;
5. Calculer la puissance moyenne consommée ;
6. Donner l'expression de l'impédance si on supprime le résistor.

EXERCICE 21

Entre deux points A et B, on applique une tension $u = U_m \sin 100t$.

1. Un résistor de 100Ω branché entre A et B est traversé par un courant d'intensité de $1,2\text{A}$. Calculer U_m .
2. Une bobine pure placée seule entre A et B laisse passer la même intensité.
 - a) Calculer l'inductance de la bobine
 - b) Exprimer l'intensité $i(t)$ dans la bobine
3. On monte entre A et B un condensateur de capacité $C = 10\mu\text{F}$ et le résistor en plus de la bobine.
 - a) Calculer l'intensité du courant
 - b) Calculer la différence de potentielle aux bornes de chaque appareil
 - c) Construire le diagramme des tensions
 - d) Calculer la puissance consommée par cette portion de circuit.

EXERCICE 22

Un circuit comprend en série les éléments suivants : un générateur de courant alternatif sinusoïdal de fréquence N de pulsation $\omega = 2\pi N$; un condensateur de capacité $C = 0,5\mu\text{F}$; une résistance $R = 100\Omega$; une inductance pure $L = 0,5\text{H}$ et un ampèremètre A de résistance négligeable. La tension aux bornes du générateur est de la forme $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$ avec $U = \text{Cste}$. Le courant qui traverse le circuit vaut $i = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \varphi)$.

- 1.a) Pour quelle valeur ω_0 de ω a-t-on $\varphi = 0$? Pour quelle valeur de ω , a-t-on $\varphi < 0$ et $\varphi > 0$?
- 1.b) A toute pulsation $\omega_1 < \omega_0$, correspondant à un déphasage $\varphi = \varphi_1$, on peut associer une autre pulsation $\omega_2 > \omega_0$ correspondant à un déphasage $\varphi_2 = -\varphi$, montrer qu'ona $\omega_1\omega_2 = \omega_0^2$;
- 1.c) Calculer ω_1 et ω_2 pour avoir $|\varphi_1| = |\varphi_2| = \frac{\pi}{4}\text{rad}$
2. On pose $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ et on appelle Z l'impédance du circuit.
 - a) exprimer le facteur de qualité Q de ce circuit en fonction de L , R et ω_0 et calculer sa valeur numérique.
 - b) Montrons que l'on a $\frac{Z}{R} = \sqrt{1 + Q^2(x - \frac{1}{x})^2}$.

EXERCICE 23

Soit un circuit RLC excité par une tension sinusoïdale de fréquence f et de pulsation ω .

1. Donner l'expression de l'impédance du circuit et l'expression du déphasage φ du courant sur la tension.
2. Exprimer la valeur f_0 de la fréquence pour laquelle l'intensité est en phase avec la tension.
3. Montrer qu'il existe deux valeurs f_1 et f_2 de la fréquence pour lesquelles le déphasage φ du courant sur la tension a la même valeur absolue.
4. Etablir de deux façons : $f_1 f_2 = f_0^2$
5. Soit un circuit tel que : $L = 2H$, $C = 10\mu F$; $f = 50Hz$
 - a) Calculer la résistance du circuit sachant que le déphasage de la tension sur l'intensité est $\varphi = \frac{\pi}{4}$
 - b) Calculer la fréquence du circuit
 - c) En déduire la fréquence f à imposer au GBF pour que le déphasage entre la tension et l'intensité soit de $-\frac{\pi}{4}$.

EXERCICE 24

On veut déterminer la résistance r et l'inductance L d'une bobine. On la monte en série avec un résistor de résistance $R = 7\Omega$. L'ensemble est excité par une tension de fréquence $f = 50Hz$ et de valeur efficace $U = 24V$. La tension efficace aux bornes du résistor est $U_1 = 8V$ et celle de la bobine est $U_2 = 19,6V$.

1. Calculer l'intensité efficace dans le circuit
2. Calculer l'impédance de la bobine et l'impédance du circuit
3. Exprimer l'impédance du circuit de la bobine puis l'impédance du circuit en fonction de ω *pulsation du courant*.
4. En déduire r et R

EXERCICE 25

On dispose d'une source de tension sinusoïdale de pulsation ω réglable dont la tension instantanée exprimée en volts est donnée par la formule : $u = 12\sqrt{2}\sin \omega t$.

1. A l'aide de cette source on alimente une résistance et une bobine montée en série : la résistance vaut $R = 300\Omega$, celle de la bobine est négligeable, et son inductance connue est notée L . Lorsque la pulsation du générateur est réglée à la valeur $\omega = 10^3\text{rad/s}$, l'intensité efficace dans le circuit vaut $I = 24mA$. Calculer l'inductance L de la bobine, la phase φ de la tension u par rapport à l'intensité i du courant dans le circuit. Ecrire avec les unités convenables, l'expression de cette intensité i en fonction du temps.
2. On ajoute maintenant dans le circuit un condensateur de capacité $C = 25.10^{-9}F$ disposé en série avec la résistance et la bobine. Déterminer la valeur à laquelle on doit régler la pulsation pour que la tension u soit en phase avec l'intensité dans le nouveau circuit considéré. Calculer dans ces conditions l'intensité efficace du courant dans le circuit ainsi que les tensions efficaces U_L et U_C aux bornes de la bobine et de la capacité. U étant la valeur efficace de la tension u , Calculer les valeurs U_L/U et U_C/U ; quel nom donne-t-on à ces rapports et que caractérisent-ils ?

Exercice 26

Soit un circuit comportant une résistance R , une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, un condensateur de capacité C , branché en série aux bornes d'un générateur de basse fréquence. Ce générateur délivre une tension u de pulsation variable ω de valeur efficace U : $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$. L'intensité dans le circuit est donnée par la relation : $i = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \varphi)$.

- 1) Quelle relation existe-t-il entre U , I et l'impédance Z du circuit ?
- 2) Exprimer Z , $\tan\varphi$ et $\cot\varphi$ en fonction de L, C, R et ω .
- 3) On choisit une pulsation ω_0 correspondant à la résonance d'intensité pour une tension donnée U .
 - a) Qu'appelle-t-on résonance d'intensité ?
 - b) Quelle relation existe-t-il entre ω_0 , L et C ?
 - c) Calculer Z et I pour la pulsation ω_0 . Ces valeurs sont-elles maximales ? minimales ?
- 4) Qu'appelle-t-on bande passante à 3db ? Sa valeur est-elle $\Delta\omega = \frac{R}{L}$ ou $\Delta\omega = \frac{L}{R}$?
- 5) Définir le facteur de qualité Q à la résonance d'intensité. Exprimer Q en fonction de L, R et ω_0 , puis en fonction de R, C et ω_0 .
- 6) Montrer que la tension efficace U_C aux bornes du condensateur est égale à QU au voisinage de la résonance d'intensité.

Exercice 27

Un générateur impose aux bornes d'un dipôle une tension sinusoïdale (en V) : $u = 25\cos 100\pi t$ (t en s). L'intensité qui traverse ce dipôle est de la forme : $i = 0,5 \cos\left(2\pi f t - \frac{\pi}{4}\right)$

- 1) Calculer l'intensité efficace et la tension efficace au borne de ce dipôle.
- 2) Quelle est la fréquence du courant
- 3) Déterminer la phase de l'intensité par rapport à la tension
- 4) Calculer l'impédance Z du dipôle.
- 5) On peut écrire l'intensité sous la forme : $i = 0,5\sin 100\pi t$. Comment s'écrit alors u ?

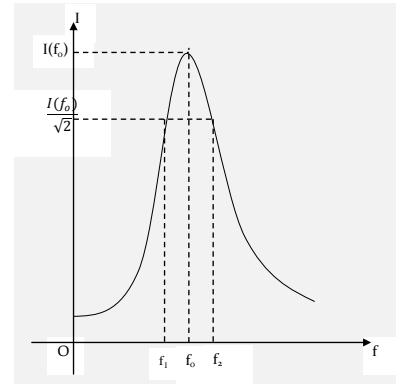
Exercice 28

La figure 5 ci-contre représente une courbe obtenue expérimentalement lors de l'étude de la résonance d'intensité dans un circuit ; ce dernier, alimenté par un générateur B.F. comporte en série un condensateur ohmique de résistance R une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, un condensateur de capacité C. On note i l'intensité efficace dans le circuit pour une fréquence f imposée par le générateur B.F. ; φ est la phase de la tension par rapport à l'intensité. Le générateur délivre une tension efficace $U=5V$. A partir de la courbe expérimentale, on a obtenu : $f=1125\text{Hz}$; $I(f_0)=50\text{mA}$; $f_2-f_1=160\text{Hz}$.

- 1) Déterminer les valeurs de R, Q, L et C.
- 2) On se place à la résonance d'intensité.
 - a) Calculer les tensions efficaces aux bornes de la résistance du condensateur et de la bobine.
 - b) Représenter dans un diagramme de Fresnel les tensions u_R , u_C , u_L et u .
- 3) On se place maintenant à la fréquence $f_1=1045\text{Hz}$.
 - a) Calculer les amplitudes des tensions aux bornes de chacun des dipôles.
 - b) Déterminer la phase φ_1 de la tension par rapport à l'intensité.
 - c) Représenter dans un diagramme de Fresnel les tensions u_R , u_C , u_L et u .

Exercice 29

On considère trois dipôles associés en série : un condensateur de capacité C, un conducteur ohmique de résistance R, une bobine d'inductance L et de résistance r. Ils sont branchés aux bornes d'un générateur délivrant une tension sinusoïdale. A l'aide d'un voltmètre, on a trouvé les tensions efficaces : $U_R=24\text{V}$, $U_C=50\text{V}$; $U=30\text{V}$, tension efficace aux bornes de l'ensemble. A l'aide d'un oscilloscophe, on a trouvé que la tension u aux bornes de l'ensemble est en retard de phase $\varphi=-30^\circ$ par rapport à l'intensité i .



- 1) Soit φ_B la phase de la tension aux bornes de la bobine par rapport à l'intensité. Représenter sur un diagramme de Fresnel les tensions u_R , u_C , u_L et u . Faire apparaître sur le schéma φ_B et φ .
- 2) Montrer que $\tan \varphi = \frac{U_C - U \sin |\varphi|}{U \cos \varphi - U_R}$ et $U_L = \frac{U \cos \varphi - U_R}{\cos \varphi}$.
- 3) Calculer les valeurs numériques de U_L et de φ_B .
- 4) La résistance $R=200\Omega$. La fréquence utilisée est 500Hz . Calculer l'impédance de la bobine, son inductance et sa résistance ; ainsi que la capacité du condensateur.

Exercice 30

Un condensateur de capacité $C=10\mu\text{F}$ est alimenté par un courant alternatif sinusoïdal de fréquence 50Hz .

- 1) Quelle est son impédance ?
- 2) Quelle est la phase de la tension par rapport à l'intensité ?
- 3) Quelle est la phase de l'intensité par rapport à la tension ?
- 4) La tension imposée s'écrit sous la forme $u = 10\sqrt{2}\sin 100\pi t$ en Volts. Ecrire l'expression de $i(t)$.

Exercice 31

Un condensateur de capacité $C=5\mu\text{F}$ est alimenté par un courant alternatif sinusoïdal de fréquence 400Hz et d'intensité efficace $I=0,16\text{A}$. L'intensité instantanée s'écrit : $i = I_m \sin \omega t$.

- 1) Donner l'expression de la tension instantanée aux bornes de ce condensateur.
- 2) Le même courant traverse maintenant une bobine d'inductance $L=3\text{mH}$ et de résistance nulle. Donner l'expression de la tension instantanée aux bornes de cette bobine.

Exercice 32

Un condensateur de capacité $1\mu\text{F}$ est associé en série avec un conducteur ohmique de résistance $R=100\Omega$. Cette association est soumise à une tension efficace $U=30\text{V}$, dont la fréquence f peut varier de 100Hz à 5000Hz .

- 1) Exprimer l'intensité efficace du courant en fonction de f , R , C et U .
- 2) Sur un ampèremètre on lit une intensité efficace égale à 135mA . Quelle est la fréquence de la tension ?

Exercice 33

Une bobine alimente sous une tension continue de 120V , est parcourue par un courant d'intensité 2A ; alimentée sous une tension sinusoïdale de fréquence 50Hz , de valeur efficace 100V , elle est parcourue par un courant d'intensité efficace $0,5\text{A}$.

- 1) Calculer l'inductance et la résistance de la bobine.
- 2) Donner la valeur en degrés de la phase de la tension par rapport à l'intensité pour un telle tension alternative sinusoïdale appliquée aux bornes de cette bobine. Donner les expressions des valeurs instantanées du courant traversant cette bobine et de la tension à ses bornes.

Exercice 34

Les trois questions sont indépendantes.

- 1) Un circuit oscillant non amorti comporte en série, un condensateur de capacité $C=10\mu\text{F}$ et un bobine d'inductance $L=13,1\text{mH}$;
 - a) Etablir l'équation différentielle de ce circuit en prenant pour variable la charge q du condensateur, donner sa solution sachant qu' l'instant $t=0$, la charge du condensateur est q_0 et l'intensité est nulle.
 - b) Préciser la valeur de la fréquence propre du circuit.
- 2) Entre les bornes d'un dipôle série constitué par une bobine et un conducteur ohmique de résistance $R=40\Omega$, on maintient une tension sinusoïdale de valeur efficace 130V . La phase φ_B de la tension aux bornes de la bobine par rapport à l'intensité est telle que $\cos \varphi_B=0,866$. L'intensité efficace traversant le circuit est $I=2\text{A}$.
 - a) Faire la construction de Fresnel
 - b) Utiliser cette construction pour déterminer la valeur de la tension efficace aux bornes de la bobine et la phase de la tension par rapport à l'intensité aux bornes de l'ensemble (bobine, conducteur ohmique)
- 3) Un dipôle (RLC) série comprend un conducteur ohmique de résistance R , une bobine d'inductance L , un condensateur de capacité $C=10\mu\text{F}$. Ce dipôle est alimenté par une tension sinusoïdale de fréquence $f=310\text{Hz}$.
 - a) Pour quelle valeur de L , la tension aux bornes du condensateur est-elle en quadrature avec la tension aux bornes du dipôle ?
 - b) On diminue la valeur de la résistance R , y a-t-il conservation de la résonance ? Modification de l'intensité efficace ?

Exercice 35

Un dipôle récepteur alimenté sous une tension efficace de $220\text{V}(50\text{Hz})$ est traversé par un courant d'intensité efficace 3A . Son facteur de puissance vaut $0,8$.

- 1) Calculer la puissance apparente et la puissance active reçues par le dipôle.
- 2) Calculer l'énergie consommée par ce dipôle pour une durée de fonctionnement de 30min .
- 3) Calculer la phase φ de la tension par rapport à l'intensité.
- 4) Une modification du dipôle permet de porter son facteur de puissance à $0,95$. Pour une même puissance active consommée et une même tension efficace, quelles sont alors l'intensité efficace et la puissance apparente.

Exercice 36

Une usine consomme une puissance $\mathcal{P}=200\text{kw}$. Cette puissance électrique est fournie par la Société National d'Electricité (S.N.E.) par l'intermédiaire d'une ligne de transport de grande longueur de résistance $R=100\Omega$.

- 1) Soit U la tension efficace dont dispose l'utilisateur au bout de la ligne. Exprimer en fonction de U , de la puissance consommée \mathcal{P} et du facteur de puissance de l'installation, la puissance \mathcal{P}' perdue par effet joule dans la ligne de transport.
- 2) Le facteur de puissance de l'installation est $0,9$. Comparer \mathcal{P}' à \mathcal{P} dans le cas d'un transport sous une tension U de 20kV , puis sous une tension de 220V .
Pourquoi, sur des longues distances, la S.N.E assure-t-elle le transport de l'énergie électrique de hautes, voire de très hautes tensions ?
- 3) Le facteur de puissance de l'installation est $0,7$. Comparer \mathcal{P}' à \mathcal{P} avec $U=20\text{kV}$. Pourquoi la S.N.E. pénalise-t-elle les consommateurs dont l'installation a un facteur de puissance faible ?

Exercice 37

Les facteurs de puissance des circuits primaire et secondaire d'un transformateur en fonctionnement sont très voisins de l'unité. La tension efficace aux bornes du secondaire de ce transformateur supposé parfait est $U_2=120V$. L'intensité efficace du courant qui y circule est $I_2= 20V$. La tension efficace aux bornes du primaire est de $20kV$.

- 1) Quelle est la puissance à la sortie du transformateur ?
- 2) Quelle est l'intensité du courant dans le primaire ?
- 3) Quelle est le rapport entre le nombre de tours de fil du primaire et le nombre de tours de fils du secondaire ?

Exercice 38

On considère un dipôle série (RLC), aux bornes duquel est appliquée une tension sinusoïdale de valeur efficace $U=24V$.

- 1) Déterminer pour la fréquence de résonance d'intensité et pour la fréquence de 50Hz :
 - a) L'intensité efficace du courant ;
 - b) La puissance apparente ;
 - c) La puissance moyenne consommée ;
- 2) Pour quelles fréquences la puissance moyenne consommée vaut-elle la moitié de celle absorbée à la résonance ?
- 3) A la résonance, faire le rapport entre l'énergie accumulée et l'énergie dissipée pendant chaque période et exprimer ce rapport en fonction du facteur de qualité du circuit. On donne : $R=20\Omega$; $L=0,5H$; $C=5\mu F$.

Exercice 39

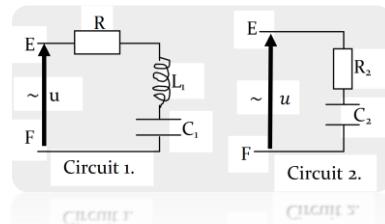
La tension au bornes d'un appareil est $u_{AB}= 311\cos 100\pi t$; l'intensité du courant qui le traverse est (en A) : $i= 2,4\cos(100\pi t + 0,3)$. On demande :

- a) L'intensité et la tension efficaces ;
- b) La phase de l'intensité par rapport à la tension(en rad) ;
- c) Le facteur de puissance ;
- d) La puissance apparente ;
- e) La puissance moyenne consommée ;
- f) L'énergie consommée(en J et en kWh) pendant 15h de fonctionnement.

Exercice 40

Une source S fournit entre deux points E et F une tension alternative sinusoïdale (en V) : $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$ de valeur efficace $U=20V$ et de pulsation réglable ω .

- 1) On branche entre E et F le circuit 1 qui comprend en série un conducteur ohmique de résistance $R_1=400\Omega$, un condensateur de capacité $C_1=0,5\mu F$; une bobine d'inductance $L_1=0,25H$ et de résistance négligeable.
 - a) Donner les expressions littérales de l'impédance Z_1 de ce circuit et de la puissance \mathcal{P}_1 consommée en régime sinusoïdal forcé. Dans quel élément du circuit cette puissance est-elle dissipée ?
 - b) Déterminer pour quelle valeur ω_0 de la pulsation, la puissance consommée dans le circuit est maximale. Application numérique : calculer ω_0 et le maximum de la puissance.
- 2) On remplace le circuit 1 par un circuit 2 comprenant en série un conducteur ohmique de résistance $R_2=R_1$ et un condensateur de capacité $C_2=1\mu F$.
 - a) Exprimer littéralement la puissance \mathcal{P}_2 consommée dans le circuit 2. Montrer que les puissances \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 sont égales pour deux valeurs ω' et ω'' de ω , que l'on exprimera en fonction de L_1 , C_1 et C_2 . Calculer ω' et ω'' (avec $\omega' < \omega''$).
 - b) On note i_1 et i_2 les valeurs instantanées des intensités des courants respectivement dans les circuits 1 et 2. Montrer que pour $\omega=\omega'$, les déphasages φ_1 et φ_2 des intensités i_1 et i_2 par rapport à u sont égaux.



Exercice 41

Un dipôle (RLC) série est constitué d'un conducteur ohmique de résistance $R=50\Omega$, d'une bobine d'inductance $L=45mH$ et de résistance $r=10\Omega$ et d'un condensateur de capacité : $C=10\mu F$. On alimente ce dipôle par une tension sinusoïdale de tension efficace $U=6V$ et de fréquence $N=100Hz$.

- a) Faire la représentation de Fresnel relative à ce circuit.
- b) Calculer l'impédance du circuit.
- c) Calculer l'intensité efficace du courant.
- d) Calculer la tension efficace aux bornes de chaque composant.
- e) Calculer la phase de la tension, par rapport à l'intensité.

Exercice 42

Une bobine, de résistance R et d'inductance L , est soumise à une tension constante $U_1=20V$. L'intensité du courant vaut $I_1=2,5A$, on lui applique ensuite une tension $u=18\sqrt{2}\cos(100\pi t)$. L'intensité efficace prend alors la valeur $I_2=2A$. Calculer les valeurs de L et R .

Exercice 43

L'intensité instantanée traversant un dipôle (RLC) série est : $i = I_m \cos \omega t$ avec $I_m=135mA$ et $\omega=100\pi \text{rad/s}$. La tension instantanée appliquée aux bornes du dipôle s'écrit alors : $u = U_m \cos(\omega t + \varphi)$ avec $U_m=20V$ et $\varphi = +0,38rad$.

- Calculer le facteur de puissance du circuit ;
- Calculer son impédance ;
- Déterminer la valeur de la résistance.

Exercice 44

Un dipôle (RLC) série possède les caractéristiques suivantes : $R=22\Omega$, $L=550\text{mH}$; $C=0,8\mu\text{F}$. Il est alimenté par un générateur de tension sinusoïdale de fréquence N_0 , de valeur efficace $U=5V$, qui provoque la résonance du dipôle (RLC).

- Calculer N_0 ;
- Calculer le facteur de qualité du dipôle ;
- Quelle est l'énergie stockée dans le dipôle (RLC) ?
- Quelle est l'énergie consommée par le dipôle (RLC) pendant une durée $t_1=25s$?
- Quelle est le facteur de puissance du circuit.

Exercice 45

On dispose d'une source de tension sinusoïdale de pulsation ω réglable dont la tension instantanée exprimée en volt est donnée par la formule : $u = 12\sqrt{2} \sin(\omega t)$

- A l'aide de cette source, on alimente une résistance et une bobine montée en série : la résistance vaut $R=300\Omega$, celle de la bobine est négligeable et son inductance inconnue, est notée L . Lorsque la pulsation du générateur est réglée à la valeur $\omega=10^3\text{rad/s}$, l'intensité efficace du courant dans le circuit vaut $I=24mA$. Calculer l'inductance L de la bobine, la phase φ de la tension u par rapport à l'intensité i du courant dans le circuit. Ecrire alors avec les unités convenables, l'expression de cette intensité i en fonction du temps.
- On ajoute maintenant dans le circuit un condensateur de capacité $C=25\text{nF}$, dispos en série avec la résistance et la bobine. Déterminer la valeur à laquelle on doit régler la pulsation pour que la tension u soit en phase avec l'intensité dans le nouveau circuit considéré. Calculer dans ces conditions, l'intensité efficace du courant dans le circuit ainsi que les tensions efficaces U_L et U_C aux bornes de la bobine et du condensateur.
U étant la tension efficace de la tension u , calculer les rapports $\frac{U_L}{U}$ et $\frac{U_C}{U}$. quel nom donne-t-on à ce rapport et que caractérise-t-il ?

Exercice 46

- On se propose de déterminer la résistance R et l'inductance L d'une bobine (B) de fil conducteur. Dans ce but, on effectue les deux mesures suivantes :
 - On applique la tension continue $U_C=10V$ entre les deux bornes de la bobine (B) et on mesure l'intensité du courant continu I_C qui la traverse ; on trouve $I_C=200mA$;
 - On établit entre les deux bornes de la bobine (B) une tension sinusoïdale de fréquence 50Hz et de valeur efficace $U_e=10V$. La mesure de l'intensité efficace du courant donne $I_e=185mA$.
 - Déterminer la résistance R de bobine ;
 - Déterminer l'inductance L de la bobine.

On branche en série la bobine (B) et un condensateur de capacité $C=1\mu\text{F}$ pour former un dipôle MN. On établit entre M et N une tension sinusoïdale de valeur efficace $U_e=10V$ et de fréquence f réglable.

- Calculer la fréquence f_0 pour laquelle l'intensité efficace du courant est maximale.
- Déterminer cette intensité efficace maximale I_0 .
- Calculer l'intensité I_1 quand la fréquence est $f_1=2f_0$ puis l'intensité efficace I_2 quand la fréquence est $f_2=f_0/2$. Comparer ces deux valeurs.
- Peut-on généraliser la conclusion précédente pour deux valeur f_1' et f_2' de la fréquence telles que $f_1'=kf_0$ et $f_2'=f_0/k$; k étant quelconque.

Exercice 47

Un circuit électrique comprend un générateur qui produit une tension sinusoïdale de fréquence $f=50\text{Hz}$ et de valeur efficace $U_{MN}=220\text{V}$, une bobine de résistance R et d'inductance L ainsi qu'un condensateur de capacité $C=4,5\mu\text{F}$ (voir fig.7). La mesure des tensions efficaces a donné les résultats suivants : $U_{MA}=220\text{V}$; $U_{AN}=220\text{V}$.

- 1) Calculer l'intensité efficace i du courant dans le circuit ;
- 2) Déterminer R et L ;
- 3) En prenant comme expression de l'intensité instantanée $i = I\sqrt{2} \cos(2\pi ft)$; exprimer en fonction du temps les tensions instantanées aux bornes de la bobine et du générateur.
- 4) On fait varier la capacité du condensateur pour obtenir la résonance.
 - a) Quelle valeur C_0 donner ?
 - b) Quelle est alors l'intensité efficace du courant ?
 - c) Quelles sont dans ce cas, les tensions efficaces U'_{MA} et U'_{AN} aux bornes de la bobine et du condensateur ?

Exercice 48

Un circuit (RLC) série a les caractéristiques suivantes : $R=10\Omega$, $L=0,1\text{H}$; $C=0,4\mu\text{F}$. On branche à ses bornes un générateur basse fréquence qui établit une tension alternative sinusoïdale $u = 10\sqrt{2} \cos(\omega t)$

- a) Quelle doit-être la valeur ω_0 de la pulsation ω pour que le circuit soit à la résonance ? Quelle est la valeur de la fréquence de résonance ?
- b) Quelle est la puissance moyenne \mathcal{P} qu'il consomme à la résonance ?
- c) Quelle est la puissance moyenne \mathcal{P}' qu'il consomme lorsque ω prend l'une des valeurs ω_1 ou ω_2 qui limite la bande passante. Conclure.

CHAPITRE 5 CHAMP ET INDUCTION MAGNETIQUES